

Управление образования администрации города Ачинска
Красноярского края
Ассоциация педагогов по созданию коллективного способа обучения
Городской инновационный комплекс

*Сборник примерных заданий
по отработке ключевых предметных
действий и операций
(для подготовки учащихся к ОГЭ по
математике)*



**Управление образования администрации города Ачинска
Красноярского края
Ассоциация педагогов по созданию коллективного способа обучения
Городской инновационный комплекс**

**Сборник примерных заданий
по отработке ключевых предметных действий и операций
(для подготовки учащихся к ОГЭ по математике)**

Из опыта работы
городского инновационного комплекса

г. Ачинск
2017 г.

Редакционная коллегия

Литвинская Ирина Геннадьевна

Научный руководитель комплекса, ст. научный сотрудник лаборатории методологии и технологии Коллективного способа обучения Красноярского института повышения квалификации

Нефедова Галина Михайловна

Заместитель начальника управления образования г. Ачинска, аспирант Федерального государственного автономного образовательного учреждения дополнительного профессионального образования «Академия повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования»

Варцабюк Ирина Николаевна

Методист информационно-методического отдела управления образования г. Ачинск

Кульмаер Оксана Евгеньевна

Заместитель директора по учебно-воспитательной работе, МБОУ «Средняя школа №7» г. Ачинск

Технический редактор

Матвеева Ольга Анатольевна

Учитель МБОУ «Школа №8» г. Ачинск

Сборник примерных заданий по отработке ключевых предметных действий и операций (для подготовки учащихся к ОГЭ по математике).

– Ачинск, 2017. – 100 стр.

В данном сборнике представлены материалы педагогов школ города Ачинска, направленные на повышение качества математического образования. В нем систематизированы все задания открытого банка ОГЭ по темам, что значительно облегчит поиск типовых задач. Сборник позволит учащимся подготовиться к успешной сдаче экзамена по математике.

Авторы:

Е. И. Булавина, учитель математики МОУ Лицей № 1

О. В. Голохваст, учитель математики МБОУ «Средняя школа № 13»

Е. Г. Лебедева, учитель математики МБОУ «ОШ № 10»

Н. А. Майзнер, учитель математики МАОУ «Школа № 17»

О. А. Матвеева, учитель математики МБОУ «Школа № 8»

О. Ж. Ровкина, учитель математики МБОУ «СШ № 11»

И. Ю. Самуилова, учитель математики МБОУ «Школа № 15»

Т. А. Яшина, учитель математики МБОУ «Школа № 19»

© Управление образования
администрации города Ачинска
© Ассоциация педагогов по созданию
коллективного способа обучения

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие для учителя, учащихся и их родителей	7
Предисловие научного руководителя	9
Речевое мышление как основа формирования пропущенных операций	9
Глава I. Модуль «Алгебра»	13
Тема 1. Числа, числовые выражения	13
Тема 2. Сравнение чисел	18
Тема 3. Алгебраические выражения	24
Тема 4. Решение уравнений	27
Тема 5: Чтение графиков функций	30
Тема 6. Числовые последовательности	38
Тема 7. Преобразование алгебраических выражений	47
Тема 8. Решение систем линейных неравенств	50
Глава II. Модуль «Геометрия»	52
Тема 1. Нахождение углов	52
Тема 2. Окружность, круг и их элементы	55
Тема 3. Площади фигур	63
Тема 4. Фигуры на квадратной решетке	70
Тема 5. Анализ геометрических высказываний	76
Глава III. Модуль «Реальная математика»	80
Тема 1. Числа, числовые выражения	80
Тема 2. Анализ диаграмм, таблиц, графиков	87
Тема 3. Анализ диаграмм, таблиц, графиков	90
Тема 4. Практические задачи по геометрии	95
Тема 5. Анализ диаграмм	97
Тема 6. Статистика, вероятность	103
Тема 7. Расчеты по формулам	105

Уважаемые коллеги, учащиеся и их родители!

Предисловие для учителя, учащихся и их родителей

Данный сборник примерных задач по математике предназначен для отработки ключевых предметных действий и операций при подготовке к ОГЭ по предмету. Сборник является результатом коллективных разработок по одному из направлений деятельности Ачинского инновационного комплекса по оптимизации урока, городского управления образования, педагогов школ совместно с лабораторией методологии и технологии Коллективного способа обучения ККИПК направленных на повышение качества математического образования в школах города.

Авторский коллектив разработал данный сборник задач для более успешной подготовки к экзамену по математике по двум причинам. С одной стороны, для учащихся, которые не в ладах с математикой или по какой - то причине пропустили ту или иную тему. Такие ученики смогут повторить или изучить теоретический материал, посмотреть решение заданий по теме, ответить на ряд вопросов и самостоятельно решать задания, подобные заданиям демоверсий, так называемые «прототипы» задач. «Наводящие» вопросы к серии задач натолкнут ученика на план решения, подскажут ход мыслей.

С другой стороны, мы надеемся, что этот сборник будет являться еще одним помощником для учителя. Сборник составлен так, что педагог без труда подготовится к занятию по работе с учащимися к ОГЭ. Он сможет здесь найти теоретический материал по теме, вопросы, клише, задания по закреплению теоретического материала и применению его при решении задач. Особенность данного сборника заключается в систематизации всех заданий открытого банка ОГЭ по темам, что значительно облегчит поиск типовых задач к тому или иному уроку.

О структуре сборника

На основе анализа результатов ОГЭ за несколько лет было установлено, что есть задания, с которыми учащиеся не справляются или справляются не на достаточном уровне (выполняют менее 50%). Результаты анализа показаны в диаграмме ниже.



Авторы сборника разработали материал к таким типам заданий. Схема работы по каждому заданию определяется следующим образом.

Теоретический материал → закрепление теории → применение теоретического материала для решения задач → задачи для самостоятельного решения. Как образец, приводится решение одной из задач.

Теоретический материал подобран только тот, который необходим для решения конкретного типа задач, согласно демоверсии и открытого банка заданий. Закрепление теории проходит при решении микро задач или заполнении «клише». К определенному типу задач в помощь ученику разработаны вопросы. Отвечая на них, ученик «проходит» путь решения и находит ответ. Задачи же для самостоятельного решения выбраны из открытого банка заданий. Предполагается, что школьник, задавая подобные вопросы, сможет без труда найти правильное решение.

Некоторые советы.

Учителю:

- повторить с учениками теорию и рассмотреть ее применение при решении задач; помочь ученику правильно сориентироваться в наборе вопросов, которые помогают найти решение задачи.

Ученику:

- рассматривая теоретический материал, стараться максимально его запомнить; научиться составлять себе в помощь вопросы к решению задач и правильно на них отвечать.

Предисловие научного руководителя.

Речевое мышление как основа формирования пропущенных операций

Переход на новые образовательные стандарты дал возможность перенести акценты в преподавании математики со знаниево-тематического рассмотрения предмета на конкретные операции, которыми может и должен овладеть каждый ученик в системе классно-урочного обучения. Единый темп работы в условиях усложняющихся дидактических задач объективно не позволяет части детей освоить материал в условиях использования фронтально-индивидуальных форм обучения. В наших разработках мы сделали упор на формирование речевого мышления и детской самостоятельности (понимаемой как коллективная работа детей под управлением взрослых). Эта задача свернута в коротком понятии – *организованный диалог учащихся*. Именно оргдиалог (Ривин А.Г.) позволяет развернуть речевое мышление (Выготский Л.С.), управляя через него образами, представлениями и алгоритмами действий (Гальперин П.Я.). Диалог может разворачиваться как во внешней речи, при взаимодействии со сверстником, так и в интеллектуальной эгоцентрической речи (Пиаже Ж.), то есть речи, направленной к самому себе. Именно речевое мышление, постепенно преобразуясь в мысль, превращает действие, выполненное однократно, в автоматизированный интеллектуальный навык, что и позволяет безошибочно совершать те или иные учебные действия, контролировать их и при необходимости корректировать.

Чтобы ребенок начал думать вслух, необходима провокация его мышления и памяти вопросами.

К примеру, работа с теоретическим материалом может быть организована через вопросы, которые дети задают друг другу в парах, либо до прочтения, либо после прочтения теоретической карточки (в зависимости от готовности каждого ребенка). При отработке пропущенных действий ученик должен иметь возможность отвечать развернутой речью на вопросы и задания. Эти вопросы можно задавать в парах (в том числе, используя карточки с правильными ответами), а можно в классе или дома задавать самому себе.

В отличие от проверки в ситуации автоматизации операций, если ребенок не может припомнить сам, он должен посмотреть или услышать правильный вариант ответа и, затем повторить его по памяти. Обратим внимание, что процессы автоматизации и проблемного обучения не происходят одновременно. Проговаривание того, что только что понял или припомнил, приведение собственных примеров, аналогий уже является достаточно сложной и крайне важной операцией для того, у кого эти представления, понятия, операции не сформированы.

Если данный материал дается ребенку на дом, то работа в технологии организованного диалога требует, чтобы учитель составил заранее ряд необходимых заданий, провоцирующих понимание и проговаривание определенной направленности.

Например, учитель перед выполнением домашнего задания может организовать на уроке припоминание в парах. Заметим, дети повторяют не материал, а вопросы, которые они будут задавать самому себе.

В зависимости от сложности заданий для того или иного ребенка вопросы могут быть как ориентировочного, так и контролирующего характера. Например:

Формируемые действия	Вопросы ориентировочной направленности
Действия с натуральными числами	Какие числа называют натуральными? Какие я могу привести примеры? Что я знаю о натуральных числах (ты знаешь)?
Использование арифметических операций	Какие арифметические операции я знаю (ты знаешь)? Из каких компонентов состоит каждое? Свои примеры, ассоциации. Каким законам подчиняются? Почему – свои примеры, ассоциации.
Действия с дробями	Что такое дробь? Что такое десятичная и обыкновенная дроби? Как сравниваются дроби? Какие действия совершаются с дробями? Что можно что нельзя? Почему?

Подчеркнем особо, с одной стороны, чтоб направить мышление каждого ребенка в нужное русло, вопросы должны составляться педагогом. А с другой, самостоятельный процесс составления вопросов учениками должен непрерывно подогреваться учителем.

Перефразируя известное высказывание, скажем: дети должны полюбить не предмет, а полюбить вопросы, помогающие его понять, в нем разобраться и эффективно действовать. Ведь известно, что интерес ребенка к предмету определяется не способностями, а успешностью в его освоении (Мкртчян М.А.).

Задания типа: «Подумайте сами и составьте необходимые и достаточные для понимания вопросы-опоры» должны регулярно предлагаться детям и стать для них привычными. Эти вопросы можно обсуждать всем вместе, и затем ученики должны отвечать на них в парах. Это нужно для того, чтобы *каждый* проговорил и поработал над вопросами. Чтобы у *каждого* происходило их *опривычивание*.

Парная работа является при выполнении многих заданий обязательной. Это связано с тем, что нередко мышление включается только тогда, когда вопрос задан человеку непосредственно, как говорится «глаза в глаза». Привычка ставить себе вопросы формируется постепенно путем ежедневных учительских и ученических усилий.

В материале, представленном здесь, встречаются подобные вопросы, но мы хотим подчеркнуть особо, если у ребенка есть затруднения, он должен перед выполнением любого задания уметь задать себе предварительные вопросы: какие действия, фигуры и т.д. используются здесь, каким законам, закономерностям подчиняются, какими свойствами обладают, что из этого имеет значение для данной задачи? Вопросы должны быть конкретными, связанными с выполняемым заданием. Работа над ними носит ориентировочный характер. Она позволяет ранее неуспешному ребенку сложить в своем мышлении пазл необходимых представлений и ориентиров, которые и создадут возможность для безошибочного выполнения задания.

Научить этому детей – важнейшая дидактическая задача каждого учителя. А если учитель этого не делает, здесь необходима помощь родителей. Наша общая цель

– научить ребенка думать, прежде чем делать. Научить каждого припоминать, собирать в голове необходимый материал, ориентироваться в нем и опираться на него при выполнении необходимых действий и операций.

Вот почему данный сборник заданий является лишь основой для большой и кропотливой работы по организации учебных диалогов учащихся как на уроке, так и вне него.

Я желаю больших успехов всем педагогам и учащимся в этом важнейшем и непростом деле! И хочу поблагодарить руководство городского управления образования, методиста ИМО Варцабюк Ирину Николаевну, особо поблагодарить Надежду Алексеевну Майзнер, Ольгу Анатольевну Матвееву за содержательную ответственную координацию этой работы, а также выразить глубокую признательность Куропаткиной Светлане Марсельевне, Кульмаер Оксане Евгеньевне, Гольцман Екатерине Карловне без чьей веры и самоотверженного педагогического труда этого проекта могло бы не появиться на Ачинской земле.

И. Г. Литвинская

Глава I. Модуль «Алгебра»

Тема 1. Числа, числовые выражения

Задание №1

Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь выполнять вычисления и преобразования. Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами, сравнивать действительные числа; находить в несложных случаях значения степеней с целыми показателями и корней; вычислять значения числовых выражений; переходить от одной формы записи чисел к другой

Проверяемые элементы содержания:

Числа и вычисления. Натуральные числа. Арифметические действия над натуральными числами. Делимость натуральных чисел. Простые и составные числа, разложение натурального числа на простые множители. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Деление с остатком. **Дроби.** Обыкновенная дробь, основное свойство дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Десятичная дробь, сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной. Числовые выражения, порядок действий в них, использование скобок. Законы арифметических действий

Задание №1 из демоверсии ОГЭ -2017

Найти значение выражения $\frac{1}{4} + 0,07$.

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Понятия, свойства, формулы	Пример
Натуральные числа - числа, возникающие при счёте. Число 0 не является натуральным. Наименьшее натуральное число 1. Наибольшего натурального числа не существует.	Например, 1, 2, 3, ...
К арифметическим действиям над числами относят: сложение, вычитание, умножение, деление.	<p>Сложение: Слагаемые ↓ ↓ $12 + 5 = 17$ ↑ Сумма</p> <p>Умножение: Множители ↓ ↓ $15 \cdot 2 = 30$ ↑ Произведение</p> <p>Вычитание: Уменьшаемое Разность ↓ ↓ $27 - 10 = 30$ ↑ Вычитаемое</p> <p>Деление: Делимое Частное ↓ ↓ $20 : 5 = 4$ ↑ Делитель</p>
Законы арифметических действий: Переместительный закон: $a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$ Сочетательный закон: $a + (b + c) = (a + b) + c$ $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ Распределительный закон: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$	$3 + 5 = 5 + 3$ $2 \cdot 4 = 4 \cdot 2$ $5 + (2 + 3) = (5 + 2) + 3$ $6 \cdot (2 \cdot 7) = (6 \cdot 2) \cdot 7$ $3 \cdot (5 + 7) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 7$ $2 \cdot (6 - 4) = 2 \cdot 6 - 2 \cdot 4$
Делимость натуральных чисел Натуральное число a делится на натуральное число b , если существует такое натуральное число c , что $a = b \cdot c$. Число b называют делителем числа a , а число a — кратным числу b .	$21 : 7 = 3$ 21 кратно 7, 7 — делитель 21
Некоторые признаки делимости Число делится на 2 тогда и только тогда, когда последняя цифра делится на 2 (то есть четная). Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3. Число делится на 4 тогда и только тогда, когда двузначное число, составленное из двух последних цифр, делится на 4. Число делится на 5 тогда и только тогда, когда последняя цифра делится на 5 (то есть равна 0 или 5).	Примеры чисел кратных 2: 4, 12, 28, 256, 1024... Примеры чисел кратных 3: 9, 36, 123, 851, 1227, 4560,... Примеры чисел кратных 4: 960, 1468, ... Примеры чисел кратных 5: 105, 2210, 356000, ... Примеры чисел кратных 9: 245, 69930, 15561, ... Примеры чисел кратных 10: 2130, 12200, ...

Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма цифр делится на 9. Число делится на 10 тогда и только тогда, когда последняя цифра - ноль.	
Наибольшим общим делителем (НОД) для двух целых чисел называется наибольший из их общих делителей	Для чисел 70 и 105 наибольший общий делитель равен 35. НОД (675, 825) = 5 · 5 = 25 $\begin{array}{r l} 675 & \underline{5} \\ 155 & \underline{5} \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r l} 825 & \underline{5} \\ 145 & \underline{5} \\ 29 & 29 \\ 1 & \end{array}$
Наименьшее общее кратное двух целых чисел есть наименьшее натуральное число, которое делится на оба этих числа без остатка.	Наименьшее общее кратное двух чисел 16 и 20 равно 80. НОК (21, 28) = 2 · 2 · 7 · 3 = 84 $\begin{array}{r l} 28 & \underline{2} \\ 14 & \underline{2} \\ 7 & \underline{7} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r l} 21 & \underline{3} \\ 7 & \underline{7} \\ 1 & \end{array}$
Результатом деления с остатком являются два целых числа: первое называется неполным частным от деления, второе - остатком от деления.	$\begin{array}{c} \text{Делимое} \quad \text{Неполное частное} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 13 : 4 = 3 \text{ (ост. 1)} \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ \text{Делитель} \quad \text{Остаток} \end{array}$
Дробь - число, состоящее из одной или нескольких частей (долей) единицы. Обыкновенная (или простая) дробь – запись рационального числа в виде $\pm \frac{m}{n}$ или $\pm m/n$. Горизонтальная или косая черта обозначает знак деления, в результате чего получается частное. Делимое называется числителем дроби, а делитель - знаменателем .	Обыкновенная дробь $\frac{5}{8}$, 5 - числитель, 8 – знаменатель дроби.
Десятичной дробью называют позиционную запись дроби. Она выглядит следующим образом: $\pm a_1 a_2 \dots a_n, b_1 b_2 \dots$ Часть записи, которая стоит до позиционной запятой, является целой частью числа (дроби), а стоящая после запятой – дробной частью . Всякую обыкновенную дробь можно преобразовать в десятичную, которая в этом случае либо имеет конечное число знаков после запятой, либо является периодической дробью. Для того, чтобы перевести обыкновенную дробь в десятичную нужно числитель дроби разделить на знаменатель.	Пример: 3,1415926. 3 - целая часть дроби, 1415926 - дробная часть. $\frac{5}{8} = 0,625$. $\begin{array}{r} 5 \overline{) 8} \\ \underline{0} \\ 5 \\ \underline{4} \\ 2 \\ \underline{1} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$ $0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$
Основное свойство дроби Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15} \qquad \frac{21}{30} = \frac{21:3}{30:3} = \frac{7}{10}$
Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та дробь, числитель которой больше, и меньше та дробь, числитель которой меньше.	$\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$
Сравнение дробей с разными знаменателями чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями, нужно привести дроби к общему знаменателю и затем сравнить полученные дроби с одинаковыми знаменателями.	$\frac{5}{12} < \frac{9}{16}, \text{ так как } \frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 4}{12 \cdot 4} = \frac{20}{48},$ $\frac{9}{16} = \frac{9 \cdot 3}{16 \cdot 3} = \frac{27}{48}, \quad \frac{20}{48} < \frac{27}{48}$
Сравнение десятичных дробей Сравнить целые части. Та дробь больше, у которой больше целая часть. Если целые части равны, то нужно уравнивать число десятичных знаков в сравниваемых дробях, мысленно отбросить запятые и	6,251 и 6,5 ↓ ↓ 6,251 и 6,500 ↓ ↓ 6251 < 6500

сравнить получившиеся натуральные числа.	$\downarrow \quad \downarrow$ $6,251 < 6,5$
<p>Арифметические действия с обыкновенными дробями</p> <p>Сложение и вычитание дробей с разными (одинаковыми) знаменателями:</p> $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd} \quad \left(\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b} \right)$ <p>Умножение дробей: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$</p> <p>Деление дробей: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$</p>	$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \quad \frac{3}{7} - \frac{2}{7} = \frac{1}{7}$ $\frac{5}{9} + \frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{18} = \frac{13}{18}$ $\frac{5}{9} - \frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 2 - 1 \cdot 3}{18} = \frac{7}{18}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{6}{20} \quad \frac{3}{7} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 2} = \frac{15}{14} = 1 \frac{1}{14}$
<p>Порядок действий в числовых выражениях</p> <p>Прежде чем приступить к вычислениям, надо рассмотреть выражение (выяснить, есть ли в нём скобки, какие действия в нём имеются). Если в выражение входят степени, корни, синус, косинус, тангенс или котангенс, а также другие функции, то их значения вычисляются до выполнения остальных действий. И только после этого выполнять действия в следующем порядке:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. действия, записанные в скобках; 2. вычисление степеней, корней, синуса, косинуса, тангенса, котангенса; 3. умножение и деление; 4. сложение и вычитание. 	$\left(8 \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^2 - 25 \cdot \frac{1}{5} \right) + \sqrt{144} : \frac{3}{5} = 15 \frac{1}{2}$ <ol style="list-style-type: none"> 1) $\left(\frac{1}{4} \right)^2 = \frac{1}{16}$ 2) $8 \cdot \frac{1}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ 3) $25 \cdot \frac{1}{5} = \frac{25}{5} = 5$ 4) $\frac{1}{2} - 5 = -4 \frac{1}{2}$ 5) $\sqrt{144} = 12$ 6) $12 : \frac{3}{5} = 12 \cdot \frac{5}{3} = \frac{12}{1} \cdot \frac{5}{3} = \frac{60}{3} = 20$ 7) $-4 \frac{1}{2} + 20 = -4 \frac{1}{2} + 19 \frac{2}{2} = 15 \frac{1}{2} = 15,5$ <p>Ответ: 15,5.</p>

Задания для учащихся

<p>Ответь на вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Какие числа применяют для счета? Приведи примеры натуральных чисел. 2. Как сравнивают числа? 3. Прочитай выражение: $6 : 2 = 3$. Число 6 является в этом выражении (делимым или делителем)? Число 2 является в этом выражении (делимым или делителем)? Чем является число 3 в этом выражении? 4. Назови компоненты выражений, содержащих действия: <ol style="list-style-type: none"> а. $A + B = C$; б. $A - B = C$; в. $A \cdot B = C$; г. $A : B = C$. 5. Запиши переместительный закон сложения. 6. Запиши переместительный закон умножения. 7. Запиши сочетательный закон сложения. 8. Запиши сочетательный закон умножения. 9. Запиши распределительный закон сложения и умножения. 10. Запиши распределительный закон вычитания и умножения. 11. Какое из следующих чисел: 22, 70, 85, 93 кратно одновременно 2 и 5? 12. Укажи наименьшее натуральное число, кратное 10, удовлетворяющее неравенству $234 < x < 239$: 1. 234 2. 235 3. 238 4. 240 13. Какие цифры можно поставить вместо *, чтобы число $357*$ делилось на 5? 14. Приведи примеры чисел, которые делятся на 2; на 3; на 4; на 5; на 9; на 10. 15. Среди данных чисел найди лишнее 1) 12, 18, 25, 26, 34; 	<p>Закончи предложение или вставь пропущенные слова:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Закончи предложение: «Числа, употребляемые при счете, называются ...». 2. Можно ли нацело разделить 14 на 4? Что получится, если 14 разделить на 4? 3. Закончи предложение: «Ни одно число нельзя делить на ...» 4. Закончи фразу: «Натуральное число делится на 2 тогда и только тогда, когда ...» 5. Закончи фразу: «Натуральное число делится на 3 тогда и только тогда, когда ...» 6. Закончи фразу: «Натуральное число делится на 4 тогда и только тогда, когда ...» 7. Закончи фразу: «Натуральное число делится на 5 тогда и только тогда, когда ...» 8. Закончи фразу: «Натуральное число делится на 9 тогда и только тогда, когда ...» 9. Закончи фразу: «Натуральное число делится на 10 тогда и только тогда, когда ...» 10. Делителями 12 являются числа: ... 11. Сократи дробь: а) $\frac{35}{45} = \dots$; б) $\frac{81}{126} = \dots$; в) $\frac{45}{120} = \dots$ 12. Восстанови алгоритм нахождения НОД: <ol style="list-style-type: none"> 1. Выписать все простые числа, которые одновременно входят в каждое из полученных разложений. 2. Разложить данные числа на простые множители. 3. Записать произведение полученных степеней. 4. Каждое из выписанных простых чисел взять с наименьшим из показателей степени, с которыми оно входит в разложения данных чисел. 13. НОД (12, 36) = ... 14. НОК (20, 24) = ... 15. Общий знаменатель дробей: $\frac{15}{48}$ и $\frac{7}{32}$ равен ...
---	---

<p>2) 5, 15, 30, 45, 35; 3) 10, 20, 100, 120, 115. 16. Найди соответствующую закономерность и замени знак вопроса соответствующим числом 1) 22, 26, 30, 34, ? ; 2) 15, 25, 35, 45, ? ; 3) 20, 30, 40, 50, ? . 17. Делятся ли на 3 числа: а) 158; б) 213; в) 56124 ? 18. Делятся ли на 9 числа: а) 126; б) 219; в) 90126 ? 19. Назови три числа, записанные только с помощью: а) цифры 1, которые делятся на 3; б) цифры 6, которые делятся на 9.</p>	
--	--

Прототипы задания №1

Задача	Вспомогательные вопросы, указания	Решение
1. Найди значение выражения $\frac{1}{4} + 0,07$	1. Как перевести десятичную дробь в обыкновенную? 2. Как привести дроби к общему знаменателю? 3. Как сложить дроби с одинаковым знаменателем?	$\frac{1}{4} + 0,07$ Чтобы выполнить сложение, нужно десятичную дробь перевести в обыкновенную $0,07 = \frac{7}{100}$ Приведи дроби к общему знаменателю и выполни сложение: $\frac{1}{4} + 0,07 = \frac{1}{4} + \frac{7}{100} = \frac{25}{100} + \frac{7}{100} = \frac{32}{100} = 0,32$ Ответ: 0,32.
2. Найди значение выражения: $\frac{3}{4} - \frac{4}{5}$	1. Как привести дроби к общему знаменателю? 2. Как вычесть дроби с разными знаменателями? 3. Как перевести обыкновенную дробь в десятичную?	$\frac{3}{4} - \frac{4}{5} = \frac{15}{20} - \frac{16}{20} = -\frac{1}{20} = -0,05$ Ответ: -0,05.
3. Найди значение выражения: $\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3}$	1. Как умножить дробь на дробь? 2. Как выделить целую часть в неправильной дроби?	$\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ =1,2 Ответ: 1,2
4. Найди значение выражения: $\frac{9}{5} : \frac{2}{3}$	1. Как разделить дробь на дробь? 2. Как сократить дробь?	$\frac{9}{5} : \frac{2}{3} = \frac{9}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{27}{10} = 2,7$ Ответ: 2,7.
5. Найди значение выражения: $5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 16 \cdot \frac{1}{5}$	1. Укажи порядок действий в выражении. 2. Какое действие выполняется первым? 3. Как вычислить степень? 4. Как умножить целое число на дробь? 5. Как выполнить вычитание дробей с одинаковыми знаменателями? 6. Как сократить дробь?	Расставь действия в выражении: $5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 16 \cdot \frac{1}{5}$ 1) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$ 2) $5 \cdot \frac{1}{25} = \frac{5}{1} \cdot \frac{1}{25} = \frac{5 \cdot 1}{1 \cdot 25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ 3) $16 \cdot \frac{1}{5} = \frac{16}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{16 \cdot 1}{1 \cdot 5} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$ 4) $\frac{1}{5} - 3\frac{1}{5} = -3$ Ответ: -3.
6. Найди значение выражения: $\frac{0,3 \cdot 4,4}{0,8}$	1. Как умножить десятичные дроби? 2. Как разделить десятичные дроби?	$\frac{0,3 \cdot 4,4}{0,8} = \frac{1,32}{0,8} = 1,65$ Ответ: 1,65.
7. Найди значение выражения: $\frac{1}{\frac{1}{18} - \frac{1}{21}}$	1. Как выполнить вычитание дробей с разными знаменателями? 2. Как выполнить деление целого числа на обыкновенную дробь?	$\frac{1}{\frac{1}{18} - \frac{1}{21}}$ Выполни вычитание дробей с разными знаменателями. Общий знаменатель для дробей $\frac{1}{18}$ и $\frac{1}{21}$ – это НОК (18; 21) = 126. Дополнительные множители для дробей: для дроби $\frac{1}{18}$ - 7, для дроби $\frac{1}{21}$ - 6.

		$\frac{1}{18} - \frac{1}{21} = \frac{7}{126} - \frac{6}{126} = \frac{1}{126}$ Выполни второе действие $1 : \frac{1}{126} = 1 \cdot \frac{126}{1} = 126$ Ответ: 126.
8. Найди значение выражения: $3\frac{12}{13} : \left(1\frac{3}{7} + 2\frac{4}{13}\right)$	1. Как выполнить сложение дробей с разными знаменателями? 2. Как выполнить деление смешанных чисел?	$3\frac{12}{13} : \left(1\frac{3}{7} + 2\frac{4}{13}\right)$ Общий знаменатель для дробей равен 91. $1\frac{3}{7} + 2\frac{4}{13} = 1\frac{39}{91} + 2\frac{28}{91} = 3\frac{67}{91}$ Чтобы выполнить деление смешанных чисел, нужно перевести их в неправильные дроби. $3\frac{12}{13} : 3\frac{67}{91} = \frac{51}{13} : \frac{340}{91} =$ $= \frac{51}{13} \cdot \frac{91}{340} = \frac{3 \cdot 17 \cdot 13 \cdot 7}{13 \cdot 17 \cdot 20} = \frac{3 \cdot 7}{20}$ $= \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20} = 1,05$ Ответ: 1,05.
9. Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{5}{11}$ и $\frac{10}{19}$: 1) 0,3; 2) 0,4; 3) 0,5; 4) 0,6	1. Как перевести обыкновенную дробь в десятичную? 2. Как выполнить сравнение десятичных дробей?	Переведи обыкновенные дроби в десятичные путем деления числителя на знаменатель. $\frac{5}{11} = 0,4545\dots \quad \frac{10}{19} = 0,5263\dots$ Сравни полученные бесконечные десятичные дроби и данные числа. Из предложенных десятичных дробей между полученными может быть расположено число 0,5. Ответ: 0,5
10. Найди значение выражения: $0,6 \cdot (-9)^4 + 1,6 \cdot (-9)^2 + 40$	1. Как выполнить возведение числа в степень? 2. Как умножаются десятичные дроби? 3. Как складываются десятичные дроби?	$0,6 \cdot (-9)^4 + 1,6 \cdot (-9)^2 + 40 =$ $= 0,6 \cdot 6561 + 1,6 \cdot 81 + 40 =$ $= 3936,6 + 129,6 + 40 = 4106,2$ Ответ: 4106,2.

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

- Найти значение выражения: а) $4,4 - 1,7$; б) $4,9 - 9,4$; в) $5,6 + 9,7$; г) $5,2 \cdot 3,1$; д) $\frac{13,2}{4,1}$.
- Найти значение выражения:
а) $0,007 \cdot 7 \cdot 700$; б) $0,0006 \cdot 6 \cdot 600000$; в) $0,0001 \cdot 0,001 \cdot 1000$; г) $0,0004 \cdot 4 \cdot 40000$; д) $0,005 \cdot 0,5 \cdot 50$.
- Найти значение выражения:
а) $1,7 - 10 \cdot (-9,6)$; б) $2,3 \cdot 5,5 + 4,84$; в) $5,4 \cdot 1,9 - 2,15$; г) $-12 \cdot (-8,6) - 9,4$; д) $6,8 - 11 \cdot (-6,1)$.
- Найти значение выражения: а) $\frac{24}{3,2 \cdot 2^2}$; б) $\frac{1,8+1,9}{3,7}$; в) $\frac{6,9}{3,2-5,7}$; г) $\frac{2,6-8,4}{2,5}$; д) $\frac{6,5 \cdot 0,8}{2,5}$
- Найти значение выражения: а) $\frac{19}{2} - \frac{7}{25}$; б) $\frac{1}{2} - \frac{9}{25}$; в) $\frac{2}{25} + \frac{1}{4}$; г) $\frac{14}{5} : \frac{7}{2}$; д) $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}$.
- Найти значение выражения: а) $\frac{0,7}{1+\frac{1}{6}}$; б) $\frac{1}{\frac{1}{9}-\frac{1}{12}}$; в) $\frac{1,8}{1+\frac{1}{11}}$; г) $\frac{0,7}{1+\frac{1}{3}}$
- Найти значение выражения: а) $\left(\frac{11}{19} + \frac{2}{9}\right) : \frac{5}{48}$; б) $\left(\frac{17}{8} - \frac{11}{20}\right) : \frac{5}{46}$; в) $\left(\frac{3}{10} - \frac{16}{25}\right) \cdot \frac{4}{17}$; г) $\left(\frac{14}{11} + \frac{17}{10}\right) \cdot \frac{11}{15}$;
а. д) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) \cdot 3$.
- Найти значение выражения:
а. $4\frac{7}{8} : \left(2\frac{3}{4} + 1\frac{10}{19}\right)$; б) $\left(2\frac{1}{16} - 1\frac{1}{14}\right) \cdot 28$; в) $3\frac{7}{11} : \left(\frac{2}{11} + 2\frac{4}{19}\right)$; г) $4\frac{3}{13} : \left(\frac{6}{17} - 2\frac{8}{13}\right)$; д) $2\frac{2}{5} : \left(\frac{9}{10} - 1\frac{5}{14}\right)$.
- Найти значение выражения: а) $-90 + 0,7 \cdot (-10)^3$; б) $0,6 + (-10)^3 + 50$; в) $0,7 \cdot (-3)^3 + 2,6 \cdot (-3)^2 + 5$; г) $(19 \cdot 10^2)^2 \cdot (15 \cdot 10^5)$
- Найти значение выражения:
а. $(1,7 \cdot 10^{-2})(6 \cdot 10^{-2})$
- 1) 0,0102; 2) 0,00102; 3) 102000; 4) 0,000102.

- a. $(3,5 \cdot 10^{-2})(2 \cdot 10^{-5})$
 12. 1) 0,000007; 2) 7000000000; 3) 0,00000007; 4) 0,0000007.
- a. $(1,3 \cdot 10^{-3})(2 \cdot 10^{-2})$
 13. 1) 2600000; 2) 0,000026; 3) 0,0000026; 4) 0,00026.
- a. $(2,9 \cdot 10^{-5})(2 \cdot 10^{-2})$
 14. 1) 0,0000058; 2) 0,000000058; 3) 58000000000; 4) 0,00000058.
- a. $(2,2 \cdot 10^{-2})(7 \cdot 10^{-3})$
 15. 1) 0,00154; 2) 15400000; 3) 0,000154; 4) 0,0000154.
16. Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{5}{18}$ и $\frac{4}{11}$:
 a. 0,2; 2) 0,3; 3) 0,4; 5) 0,5.
17. Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{12}{11}$ и $\frac{19}{17}$:
 18. 1,1; 2) 1,2; 3) 1,3; 5) 1,4.
19. Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{15}{17}$ и $\frac{14}{15}$:
 20. 0,9; 2) 1; 3) 1,1; 5) 1,2.
21. Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{11}$:
 22. 0,5; 2) 0,6; 3) 0,7; 5) 0,8.
23. Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{7}{6}$ и $\frac{11}{9}$:
 24. 1,2; 2) 1,3; 3) 1,4; 5) 1,5.

Тема 2. Сравнение чисел

Задание № 2.

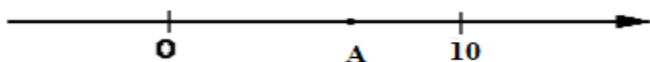
Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь выполнять вычисления и преобразования.

Проверяемые элементы содержания: числа и вычисления, координаты на прямой и плоскости.

Задание № 2 из демоверсии ОГЭ – 2017

На координатной прямой отмечена точка А.

Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка А?



- 1) $\frac{181}{16}$ 2) $\sqrt{37}$ 3) 0,6 4) 4

Ответ: 2.

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Понятия, свойства, формулы	Примеры
Обыкновенную дробь можно представить в виде десятичной путем деления числителя на знаменатель	$\frac{181}{16} = 181:16 = 11,3125$ $\frac{135}{14} \approx 9.64 \dots$
Чтобы сравнить две десятичные дроби нужно: 1) Сравнить их целые части: больше та дробь, у которой целая часть больше 2) Сравнить поразрядно цифры дробной части, слева направо: больше будет та дробь, у которой очередная цифра разряда окажется больше. 3) Из двух отрицательных дробей больше та, у которой модуль меньше, или та, которая ближе к нулю.	1) $124,54 > 123,99$, так как 2) $124 > 123$ 3) $23,56 > 23,54$, так как сотые в первом числе больше сотых во-втором ($6 > 4$) $1,324 < 1,411$, так как десятые в первой дроби меньше десятых во-второй ($3 < 4$) 4) $-0,75 > -2,75$, так как $ -0,75 = 0,75 < -2,75 = 2,75$

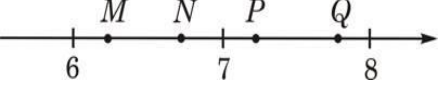
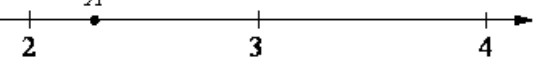
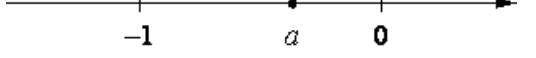
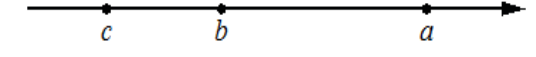
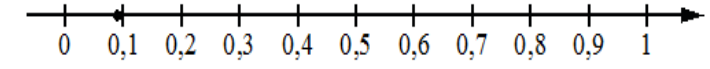
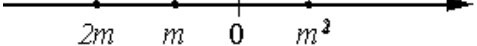
Корень из числа можно оценить, то есть заключить его между ближайшими целыми числами	$\sqrt{36} < \sqrt{37} < \sqrt{49} \rightarrow 6 < \sqrt{37} < 7$ $\sqrt{64} < \sqrt{78} < \sqrt{81} \rightarrow 8 < \sqrt{78} < 9$
Чтобы сравнить обыкновенную дробь с целым числом или десятичной дробью, нужно представить обыкновенную дробь в виде десятичной, а затем сравнить получившуюся дробь с заданной	Сравни а) $\frac{25}{4}$ и 7 $\frac{25}{4} = 6,25 < 7$, следовательно $\frac{25}{4} < 7$ б) $\frac{115}{26}$ и 4 $\frac{115}{26} \approx 4,42 \dots > 4$, следовательно $\frac{115}{26} > 4$
Из двух чисел на координатной прямой больше то, которое правее. Из двух модулей чисел больше то, которое дальше от нуля.	 $x < y$, так как y правее $ x > y $, так как x дальше от нуля, чем y .

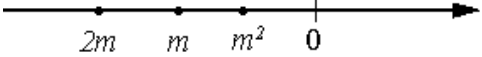
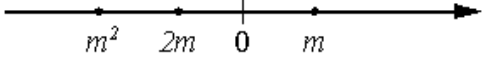
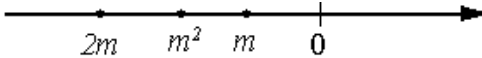
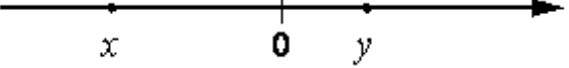

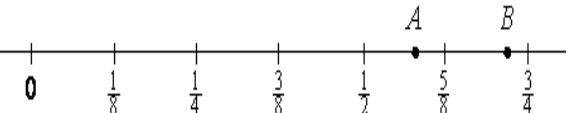
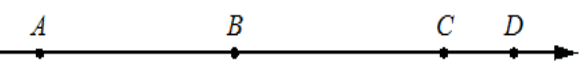
Задания для учащихся

Закончи предложения	Выполни устно
1. Чтобы сравнить две десятичные дроби с одинаковой целой частью нужно....	1. Сравни: а) 5,137 и 5,237 в) 47,7 и 47 б) 13,156 и 13,15 г) 6,069 и 6,07
2. Из двух отрицательных десятичных дробей меньше та, которая....	2. Сравни: а) -25 и -15 г) -17 и -16,7 б) -0,8 и -0,9 д) -13,5 и -10,5 в) -64,57 и -64,59
3. Чтобы сравнить обыкновенную дробь с целым числом или десятичной дробью нужно....	3. Сравни: а) $\frac{2}{3}$ и 1 б) $\frac{1}{2}$ и 0,6 в) $\frac{6}{7}$ и 0,7 г) $\frac{1}{4}$ и 0,2 д) $\frac{1}{5}$ и 0,5 д) $\frac{4}{5}$ и 0,7
4. Чтобы сравнить корень из числа и заданную десятичную дробь нужно....	4. Сравни: а) $\sqrt{39}$ и 6 в) $\sqrt{20}$ и 5,8 б) $\sqrt{50}$ и 6,5 г) $\sqrt{74}$ и 7,9

Прототипы заданий №2

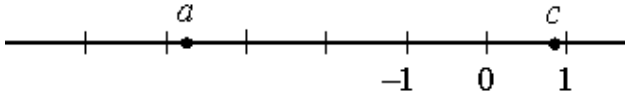
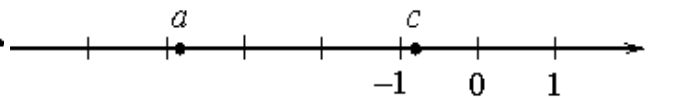
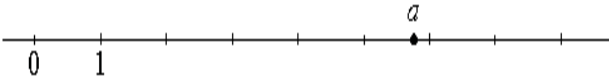
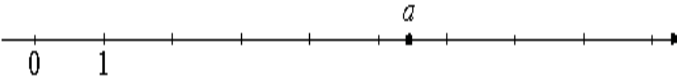
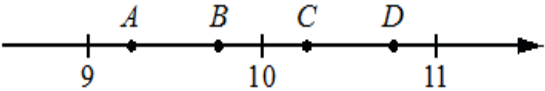
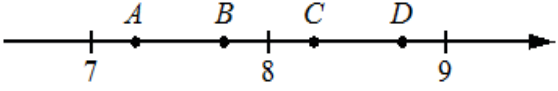
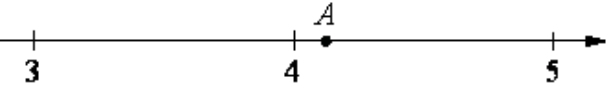
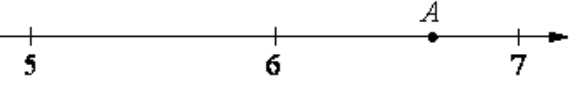
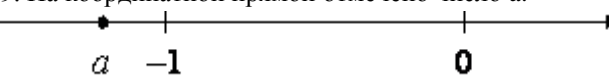
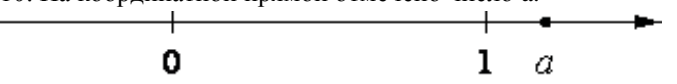
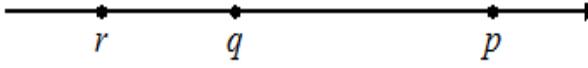
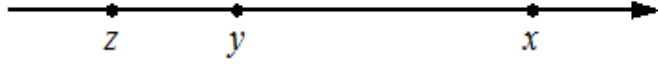
Прототипы заданий №2	Вспомогательные вопросы к задачам	Образец решения задач
1. На координатной прямой отмечено число a . Из следующих утверждений выбери верное: 1) $(a-4)^2 > 1$ 2) $(a-5)^2 > 1$ 3) $a^2 < 16$ 4) $a^2 < 25$	1. Чему приближенно равно число a ? 2. Чему равны выражения 1) -4), если в них подставить значение a , из пункта 1. 3. Какое из утверждений верное?	$a \approx 4,4$ 1) $(4,4 - 4)^2 = 0,4^2 = 0,16 > 1$ не верно 2) $(4,4 - 5)^2 = (-0,6)^2 = 0,36 > 1$ не верно 3) $4,4^2 = 19,36 < 16$ не верно 4) $4,4^2 = 19,36 < 25$ верно Ответ: 4.
На координатной прямой отмечены числа a и b . Какое из следующих утверждений относительно этих чисел является верным? 1) $ab > 0$ 2) $b-a < -1$ 3) $a+b > 1$ 4) $ab > -1$	1. Чему приближенно равны числа a и b ? 2. Подставив приближенные значения чисел a и b в выражения 1) -4), определи, какое из неравенств верное?	$a \approx -0,6$; $b \approx 0,6$ 1) $-0,6 \cdot 0,6 = -0,36 > 0$ не верно 2) $0,6 - (-0,6) = 0,6 + 0,6 = 1,2 < -1$ не верно 3) $-0,6 + 0,6 = 0 > 1$ не верно 4) $-0,6 \cdot 0,6 = -0,36 > -1$ Верно Ответ: 4.

<p>2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{39}$. Какая это точка?</p>  <p>1) точка М 2) точка N 3) точка Р 4) точка Q</p>	<p>1. Между какими целыми числами расположен $\sqrt{39}$? 2. К какому из двух целых чисел ближе $\sqrt{39}$?</p>	<p>$\sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49}$ $6 < \sqrt{39} < 7$ $\sqrt{39}$ ближе к 6, следовательно, М ($\sqrt{39}$) Ответ: 1.</p>
<p>3. Одно из чисел $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$ отмечено на прямой точкой А.</p>  <p>Какое это число? $\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{7}$ 3) $\sqrt{11}$ 4) $\sqrt{14}$</p>	<p>1. Между какими целыми числами расположены корни? 2. Какой из корней ближе к числу 2?</p>	<p>$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ $2 < \sqrt{5} < 3$ $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ $2 < \sqrt{7} < 3$ $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ $3 < \sqrt{11} < 4$ $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$ $3 < \sqrt{14} < 4$ $\sqrt{5}$ ближе к 2, чем $\sqrt{7}$ Ответ: 1.</p>
<p>4. На координатной прямой отмечено число а.</p>  <p>Расположи в порядке возрастания числа $a - 1$, $\frac{1}{a}$, а.</p> <p>1) $a, \frac{1}{a}, a-1$ 3) $a - 1, a, \frac{1}{a}$ 2) $a, a-1, \frac{1}{a}$ 4) $\frac{1}{a}, a - 1, a$</p>	<p>1. Чему приближенно равно число а? 2. Найди значения выражений $a - 1, \frac{1}{a}$, а при приближенном значении а. 3. Сравни получившиеся значения выражений.</p>	<p>$a \approx -0,4$ $a - 1 = -0,4 - 1 = -1,4$ $\frac{1}{a} = \frac{1}{-0,4} = -\frac{10}{4} = -2,5$ $-2,5 < -1,4 < -0,4$ $\frac{1}{a} < a - 1 < a$ Ответ: 4.</p>
<p>5. На координатной прямой отмечены числа а, в и с.</p>  <p>Какая из разностей $a-b$, $a-c$, $c-b$ отрицательна?</p> <p>1) $a-b$ 3) $c - b$ 2) $a-c$ 4) ни одна из них</p>	<p>1. Чему приближенно равны числа а, в и с? 2. Чему равны значения выражений $a-b$, $a-c$, $c-b$? 3. Какое число называется отрицательным? 4. Какая из разностей меньше нуля?</p>	<p>$c \approx 0$; $b \approx 1$; $a \approx 3$ $a - b = 3 - 1 = 2 > 0$ $a - c = 3 - 0 = 3 > 0$ $c - b = 0 - 1 = -1 < 0$, следовательно $c - b$ отрицательна Ответ: 3.</p>
<p>6. Одно из чисел $\frac{2}{23}$; $\frac{3}{23}$; $\frac{5}{23}$; $\frac{11}{23}$ отмечено на прямой точкой.</p>  <p>Какое это число?</p> <p>1) $\frac{2}{23}$ 3) $\frac{5}{23}$ 2) $\frac{3}{23}$ 4) $\frac{11}{23}$</p>	<p>1. Приближенно каким десятичным дробям равны данные обыкновенные дроби? 2. Какая из дробей меньше 0,1?</p>	<p>$\frac{2}{23} \approx 0,08 \dots$ $\frac{3}{23} \approx 0,13 \dots$ $\frac{5}{23} \approx 0,21 \dots$ $\frac{11}{23} \approx 0,47 \dots$ $\frac{2}{23} < 0,1$ Ответ: 1.</p>
<p>7. Известно, что число m отрицательное. На каком из рисунков точки с координатами 0, m, 2m, m² расположены на координатной прямой в правильном порядке?</p> <p>1) </p>	<p>1. Чему приближенно равны числа m, 2m, m²? 2. Сравни с нулем числа m, 2m, m².</p>	<p>$m \approx -1 < 0$ $2m \approx 2 \cdot (-1) = -2 < 0$ $m^2 \approx (-1)^2 = 1 > 0$ Числа, большие нуля, на координатной прямой должны быть правее нуля,</p>

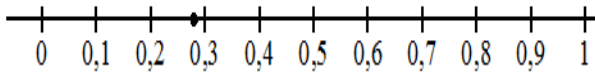
<p>2) </p> <p>3) </p> <p>4) </p>		<p>а числа, меньшие нуля – левее, следовательно, m и $2m$ – левее нуля, а m^2 – правее нуля. Ответ: 1.</p>
<p>8. На координатной прямой отмечены числа x и y.</p>  <p>Какое из следующих утверждений об этих числах верно?</p> <p>1) $x < y$ и $x < y$ 3) $x < y$ и $x > y$</p> <p>2) $x > y$ и $x > y$ 4) $x > y$ и $x < y$</p>	<p>1. Какое из чисел x и y правее? 2. Какое из чисел x и y дальше от нуля?</p>	<p>y правее, чем x, но x дальше от нуля, чем y, следовательно $x < y$ $x > y$ Ответ: 3.</p>
<p>9. На координатной прямой отмечено число a.</p>  <p>Найди наименьшее из чисел a^2, a^3, a^4.</p> <p>1) a^2 2) a^3 3) a^4 4) не хватает данных для ответа</p>	<p>1. Чему приближенно равно число, a? 2. Сравни число a с единицей. 3. При возведении в степень число a будет увеличиваться или уменьшаться?</p>	<p>$a \approx 1,2 > 1$, следовательно. $a^2 < a^3 < a^4$ Ответ: 1.</p>
<p>10. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{8}{9}$. Какая это точка?</p>  <p>1) A 2) B 3) C 4) D</p>	<p>1. Каким десятичным дробям приближенно равны обыкновенные дроби на координатной прямой? 2. Какой десятичной дроби равна дробь $\frac{8}{9}$? 3. Сравни получившиеся значения дробей на координатной прямой с дробью $\frac{8}{9}$</p>	<p>$\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{5}{8} = 0,625$ $\frac{3}{4} = 0,75$ $\frac{7}{8} = 0,875$ $\frac{8}{9} = 0,88 \dots$ $0,5 < 0,625 < 0,75 < 0,875 < 0,88$ $\frac{1}{2} < \frac{5}{8} < \frac{3}{4} < \frac{7}{8} < \frac{8}{9}$ Следовательно, данная дробь соответствует букве, стоящей правее остальных. Ответ: 4.</p>
<p>11. На координатной прямой точки A, B, C и D соответствуют числам $-0,74; -0,047; 0,07; -0,407$.</p>  <p>Какой точке соответствует число $-0,047$?</p> <p>A 2) B 3) C 4) D</p>	<p>1. Сравни данные десятичные дроби. 2. Как расположены числа на координатной прямой?</p>	<p>$-0,74 < -0,407 < -0,047 < 0,07$ Так как число $-0,047$ стоит слева на третьем месте, следовательно, ему соответствует третья буква слева, то есть C. Ответ: 3.</p>

Задания из открытого банка заданий ОГЭ:

1. На координатной прямой отмечены числа a и c .	2. На координатной прямой отмечены числа a и c .
--	--

 <p>Какое из следующих утверждений неверно?</p> <p>1) $a - c > 0$ 3) $ac < 0$ 2) $-3 < a + 1 < -2$ 4) $-c > -1$</p>	 <p>Какое из следующих утверждений неверно?</p> <p>1) $c - a < 0$ 3) $0 < c + 1 < 1$ 2) $ac > 0$ 4) $-a > 0$</p>
<p>3. На координатной прямой отмечено число a.</p>  <p>Какое из утверждений относительно этого числа является верным?</p> <p>1) $4 - a > 0$ 3) $a - 4 < 0$ 2) $5 - a < 0$ 4) $a - 8 > 0$</p>	<p>4. На координатной прямой отмечено число a.</p>  <p>Какое из утверждений относительно этого числа является верным?</p> <p>1) $5 - a > 0$ 3) $a - 4 < 0$ 2) $6 - a < 0$ 4) $a - 5 > 0$</p>
<p>5. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D. Одна из них соответствует числу $\sqrt{95}$. Какая это точка?</p>  <p>1) точка A 3) точка C 2) точка B 4) точка D</p>	<p>6. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D. Одна из них соответствует числу $\sqrt{60}$. Какая это точка?</p>  <p>1) точка A 3) точка C 2) точка B 4) точка D</p>
<p>7. Одно из чисел $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{17}$, $\sqrt{24}$ отмечено на прямой точкой A.</p>  <p>Какое это число?</p> <p>1) $\sqrt{11}$ 3) $\sqrt{17}$ 2) $\sqrt{14}$ 4) $\sqrt{24}$</p>	<p>8. Одно из чисел $\sqrt{29}$, $\sqrt{33}$, $\sqrt{39}$, $\sqrt{44}$ отмечено на прямой точкой A.</p>  <p>Какое это число?</p> <p>1) $\sqrt{29}$ 3) $\sqrt{39}$ 2) $\sqrt{33}$ 5) $\sqrt{44}$</p>
<p>9. На координатной прямой отмечено число a.</p>  <p>Расположи в порядке возрастания числа $a - 1$, $\frac{1}{a}$, a.</p> <p>1) $a - 1, \frac{1}{a}, a$ 3) $a, \frac{1}{a}, a - 1$ 2) $a - 1, a, \frac{1}{a}$ 4) $\frac{1}{a}, a - 1, a$</p>	<p>10. На координатной прямой отмечено число a.</p>  <p>Расположи в порядке убывания числа $a - 1, \frac{1}{a}, a$.</p> <p>1) $a - 1, \frac{1}{a}, a$ 3) $\frac{1}{a}, a - 1, a$ 2) $\frac{1}{a}, a, a - 1$ 4) $a, \frac{1}{a}, a - 1$</p>
<p>11. На координатной прямой отмечены числа p, q и r.</p>  <p>Какая из разностей $q - p$, $q - r$, $r - p$ положительна?</p> <p>1) $q - p$ 3) $r - p$ 2) $q - r$ 4) ни одна из них</p>	<p>12. На координатной прямой отмечены числа x, y и z.</p>  <p>Какая из разностей $z - x$, $y - z$, $x - y$ отрицательна?</p> <p>1) $z - x$ 3) $x - y$ 2) $y - z$ 4) ни одна из них</p>

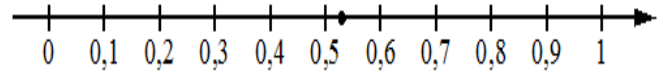
13. Одно из чисел $\frac{2}{7}; \frac{4}{7}; \frac{10}{7}; \frac{11}{7}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

- 1) $\frac{2}{7}$ 3) $\frac{10}{7}$
 2) $\frac{4}{7}$ 4) $\frac{11}{7}$

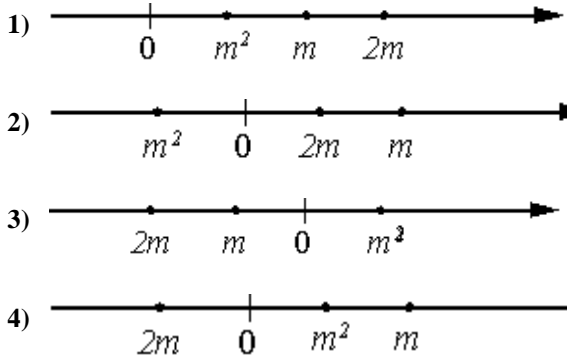
14. Одно из чисел $\frac{2}{17}; \frac{4}{17}; \frac{8}{17}; \frac{9}{17}$ отмечено на прямой точкой.



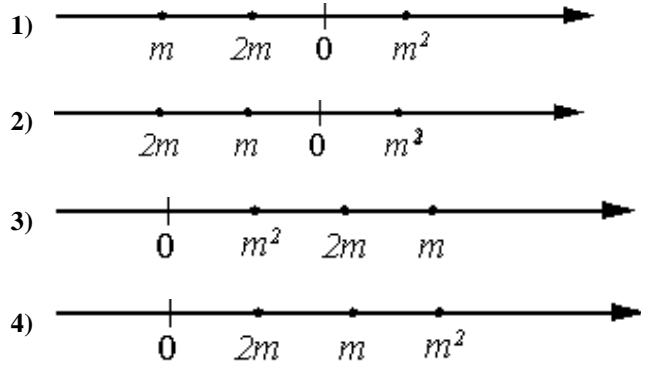
Какое это число?

- 1) $\frac{2}{17}$ 3) $\frac{8}{17}$
 2) $\frac{4}{17}$ 4) $\frac{9}{17}$

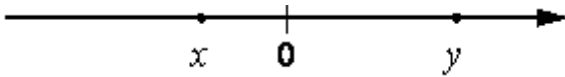
15. Известно, что число m отрицательное. На каком из рисунков точки с координатами $0, m, 2m, m^2$ расположены на координатной прямой в правильном порядке?



16. Известно, что число m отрицательное. На каком из рисунков точки с координатами $0, m, 2m, m^2$ расположены на координатной прямой в правильном порядке?



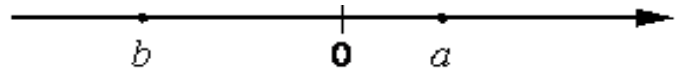
17. На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какое из следующих утверждений об этих числах верно?

- 1) $x < y$ и $|x| < |y|$ 3) $x < y$ и $|x| > |y|$
 2) $x > y$ и $|x| > |y|$ 4) $x > y$ и $|x| < |y|$

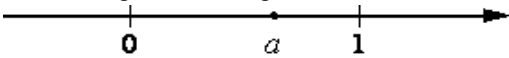
18. На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из следующих утверждений об этих числах верно?

- 1) $a < b$ и $|a| < |b|$ 3) $a < b$ и $|a| > |b|$
 2) $a > b$ и $|a| > |b|$ 4) $a > b$ и $|a| < |b|$

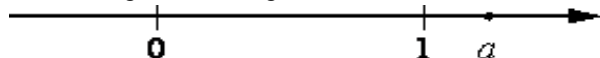
19. На координатной прямой отмечено число a .



Найди наименьшее из чисел a^2, a^3, a^4 .

- 1) a^2 3) a^4
 2) a^3 4) не хватает данных для ответа

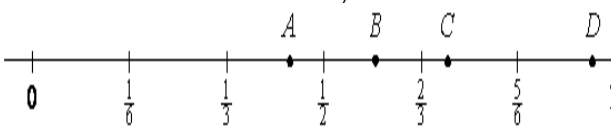
20. На координатной прямой отмечено число a .



Найди наибольшее из чисел a^2, a^3, a^4 .

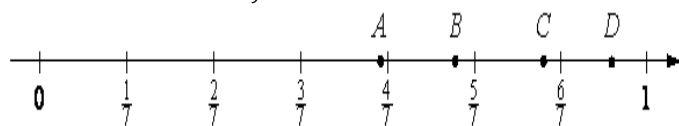
- 1) a^2 3) a^4
 2) a^3 4) не хватает данных для ответа

21. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{5}{7}$. Какая это точка?

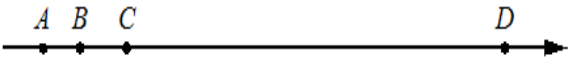
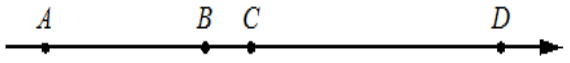


- 1) A 3) C
 2) B 4) D

22. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{5}{9}$. Какая это точка?



- 1) A 3) C
 2) B 4) D

<p>23. На координатной прямой точки A, B, C и D соответствуют числам 0,0137; 0,103; 0,03; 0,021.</p>  <p>Какой точке соответствует число 0,03?</p> <p>1) A 3) C 2) B 4) D</p>	<p>24. На координатной прямой точки A, B, C и D соответствуют числам 0,1032; -0,031; -0,01; -0,104.</p>  <p>Какой точке соответствует число -0,031?</p> <p>1) A 3) C 2) B 4) D</p>
--	--

Тема 3. Алгебраические выражения

Задание №3

Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь выполнять преобразования алгебраических выражений.

Проверяемые элементы содержания: числа и вычисления, алгебраические выражения.

Задание № 3 из демоверсии ОГЭ – 2017

Значение какого из выражений является рациональным числом?

- 1) $\sqrt{6} - 3$ 2) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$ 3) $(\sqrt{5})^2$ 4) $(\sqrt{6} - 3)^2$

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Понятия, свойства, формулы	Пример
Рациональное число можно записать в виде бесконечной десятичной периодической дроби:	5 = 5,000... = 5, (0); 8,377 = 8,377000... = 8,377(0); 1, 2323... = 1, (23); 6,52323... = 6,5(23)
Иррациональное число – бесконечная десятичная непериодическая дробь:	$\sqrt{5} = 2,236...$
Квадратным корнем из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число, квадрат которого равен a. $\sqrt{a} = b, b \geq 0, b^2 = a$.	$\sqrt{9} = 3$, так как $3 > 0$ и $3^2 = 9$
Степенью aⁿ , где n = 2, 3, 4, 5, ... называется произведение n одинаковых множителей, каждый из которых равен a.	$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$; $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
Формулы сокращенного умножения $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.	$(3 + c)^2 = 9 + 6c + c^2$; $(5 - 2c)^2 = 25 - 20c + 4c^2$; $(b - 11c)(b + 11c) = b^2 - 121c^2$
Свойства квадратных корней 1) $(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$; 2) $\sqrt{a^2} = a $; 3) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}, a \geq 0, b \geq 0$; 4) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, a \geq 0, b > 0$	1) $(\sqrt{5})^2 = 5$; 2) $\sqrt{(-3)^2} = -3 = 3$; 3) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{32 \cdot 2} = \sqrt{64} = 8$; 4) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2$.
Свойства степеней с целым показателем 1) $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$; 2) $a^n : a^k = a^{n-k}$; 3) $(a^n)^k = a^{n \cdot k}$; 4) $a^n \cdot b^n = (ab)^n$; 5) $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, b \neq 0$	1) $m^4 \cdot m^2 = m^{4+2} = m^6$; 2) $x^5 : x^2 = x^{5-3} = x^2$; 3) $(a^3)^4 = a^{3 \cdot 4} = a^{12}$; 4) $2,5^3 \cdot 4^3 = (2,5 \cdot 4)^3 = 10^3 = 1000$; 5) $\frac{18^5}{9^5} = \left(\frac{18}{9}\right)^5 = 2^5 = 32$.
По определению: $a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, где $a \neq 0, n$ – натуральное число.	$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
Свойство неотрицательных чисел: если $a < b$, то $a^2 < b^2$	

Задания для учащихся

Ответ на вопросы	Закончи предложение или вставь пропущенные слова
1. Какое число называется рациональным? Приведи примеры.	1) Квадратный корень из произведения двух неотрицательных чисел равен ...
2. Какое число называется иррациональным? Приведи примеры.	2) Квадратный корень из частного равен ...
3. Что называется, квадратным корнем из неотрицательного числа? Приведи примеры.	3) Чтобы умножить степени с одинаковыми основаниями, надо основание ..., а показатели ...
4. Что называется, степенью числа? Приведи примеры.	4) Чтобы разделить степени с одинаковыми основаниями, надо основание ..., а показатели ...
	5) Чтобы перемножить (разделить) степени с одинаковыми показателями, надо ... основания, а показатель ...
	6) Чтобы возвести степень в степень, надо основание ..., а показатели ...
	7) Квадрат суммы двух выражений равен ... первого выражения, ... удвоенное произведение первого и второго выражений и плюс ... второго выражения.
	8) Квадрат разности двух выражений равен ... первого выражения, ... удвоенное произведение первого и второго выражений и ... квадрат второго выражения.
	9) Разность квадратов двух выражения равна ... разности этих выражений и их суммы.

Прототипы задания № 3

Задача	Вспомогательные вопросы, указания	Решение
<p>Значение какого выражения является числом иррациональным?</p> <p>1) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$; 2) $(\sqrt{19} - \sqrt{6})(\sqrt{19} + \sqrt{6})$; 3) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$; 4) $\sqrt{8} - 2\sqrt{2}$.</p>	<p>1. Какое число называется иррациональным? 2. Чему равно произведение корней, частное корней? 3. Есть ли среди выражений формула сокращенного умножения? Если есть, то какая?</p>	<p>Выполни указанные действия: 1) Воспользуйся свойством квадратных корней: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$ - рациональное число; 2) Воспользуйся формулой «разность квадратов двух выражений»: $(\sqrt{19} - \sqrt{6})(\sqrt{19} + \sqrt{6}) =$ $= (\sqrt{19})^2 - (\sqrt{6})^2 = 19 - 6 = 13$ - рациональное число; 3) Воспользуйся свойством квадратных корней: $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2$ - рациональное число; 4) $\sqrt{8} + 2\sqrt{2} = \sqrt{4 \cdot 2} + 2\sqrt{2} =$ $= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ - иррациональное число. <i>Ответ:</i> 4.</p>
<p>Какое из чисел больше $3 + \sqrt{8}$ или $\sqrt{7} + \sqrt{10}$.</p>	<p>1. Возведи в квадрат каждое выражение. 2. Чему равен квадрат суммы двух выражений? 3. Можно ли упростить получившееся выражение?</p>	<p>Воспользуйся свойством неотрицательных чисел: если $a < b$, то $a^2 < b^2$: $(3 + \sqrt{8})^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{8} + (\sqrt{8})^2 = 9 + 6\sqrt{8} + 8 = 17 + 6\sqrt{8} =$ $= 17 + \sqrt{36 \cdot 8} = 17 + \sqrt{288}$; $(\sqrt{7} + \sqrt{10})^2 =$ $= (\sqrt{7})^2 + 2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{10} + (\sqrt{10})^2 =$ $= 7 + 2 \cdot \sqrt{7 \cdot 10} + 10 = 17 + 2\sqrt{70} =$ $= 17 + \sqrt{4 \cdot 70} = 17 + \sqrt{280}$; Так как $17 + \sqrt{288} > 17 + \sqrt{280}$, то $(3 + \sqrt{8})^2 > (\sqrt{7} + \sqrt{10})^2$, значит $3 + \sqrt{8} > \sqrt{7} + \sqrt{10}$.</p>
<p>Найди значение выражения $(4,9 \cdot 10^{-3})(4 \cdot 10^{-2})$</p>	<p>1. Припомни переместительное и сочетательное свойства умножения.</p>	<p>Перемножь отдельно числа и отдельно степени с основанием 10: $(4,9 \cdot 4)(10^{-3} \cdot 10^{-2}) = 19,6 \cdot 10^{-5} =$</p>

	2. Как умножаются степени с одинаковыми основаниями? 3. Как умножить десятичную дробь на 10^{-n} ?	$= 0,000196$.
Найди значение выражения $(\sqrt{42} - 5)^2$ 1) $17 - 10\sqrt{42}$; 2) 67 $- 10\sqrt{42}$; 3) 17; 4) $67 - 5\sqrt{42}$.	1. Чему равен квадрат разности (суммы) двух выражений? 2. Можно ли упростить получившееся выражение?	Воспользуйся формулой «квадрат разности двух выражений»: $(\sqrt{42} - 5)^2 = (\sqrt{42})^2 - 2 \cdot \sqrt{42} \cdot 5 + 5^2 =$ $= 42 - 10\sqrt{42} + 25 = 67 - 10\sqrt{42}$ <i>Ответ: 2.</i>
Упрости выражение $\frac{3^{-5} \cdot 3^{-7}}{3^{-11}}$ 1) -3; 2) 3; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{1}{3}$.	1. Какое действие заменяет дробная черта? 2. Как умножить (разделить) степени с одинаковыми основаниями? 3. Как сложить числа с разными знаками? 4. Как сложить отрицательные числа?	Воспользуйся свойствами умножения и деления степеней с одинаковым основанием и определением степени с отрицательным показателем: $\frac{3^{-5} \cdot 3^{-7}}{3^{-11}} = 3^{-5+(-7)-(-11)} = 3^{-5-7+11} =$ $= 3^{-1} = \frac{1}{3}$ <i>Ответ: 3.</i>
Расположи в порядке возрастания числа $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$ и 4. 1) $2\sqrt{3}$; 4; $3\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{2}$; 4; $2\sqrt{3}$; 3) $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$; 4; 4) 4; $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$.	1. Что значит «в порядке возрастания»? 2. Как сравнить квадратные корни? 3. Как внести множитель под знак корня?	Представь каждое из чисел в виде квадратного корня и сравни подкоренные выражения; $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$; $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$; $4 = \sqrt{16}$. Так как $12 < 16 < 18$, то $\sqrt{12} < \sqrt{16} < \sqrt{18}$, значит $2\sqrt{3} < 4 < 3\sqrt{2}$ <i>Ответ: 1.</i>
Найди значение выражения $8\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3}$ 1) 576; 2) 24; 3) 96; 4) 48	1. Припомни переместительное и сочетательное свойства умножения. 2. Чему равно произведение корней?	$8\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} = 8 \cdot 2 \cdot \sqrt{6 \cdot 2 \cdot 3} =$ $= 16 \cdot \sqrt{36} = 16 \cdot 6 = 96$ <i>Ответ: 3.</i>
Найди значение выражения $\frac{\sqrt{270} \cdot \sqrt{240}}{\sqrt{24}}$ 1) $30\sqrt{3}$; 2) $30\sqrt{6}$; 3) 90; 4) $30\sqrt{15}$	1. Какие действия выполняют с корнями в этом выражении? 2. Какое свойство умножения корней? 3. Какое свойство деления корней? 4. Как вынести множитель из-под знака корня?	Воспользуйся свойствами умножения и деления корней, затем сократи дробь и вынеси множитель из-под знака корня: $\frac{\sqrt{270} \cdot \sqrt{240}}{\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{270 \cdot 240}{24}} = \sqrt{2700} =$ $= \sqrt{900 \cdot 3} = 30\sqrt{3}$ <i>Ответ: 1.</i>

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

1. Какое из данных чисел является рациональным

а) $\sqrt{0,16}$, $\sqrt{1,6}$, $\sqrt{16000}$; в) $\sqrt{0,049}$, $\sqrt{4,9}$, $\sqrt{4900}$;

б) $\sqrt{0,036}$, $\sqrt{36}$, $\sqrt{3,6}$; г) $\sqrt{810}$, $\sqrt{8,1}$, $\sqrt{0,81}$?

2. Найти значение выражения

а) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}$; б) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$; в) $\frac{\sqrt{112}}{\sqrt{7}}$; г) $\frac{\sqrt{320}}{\sqrt{5}}$.

3. Значение какого выражения является числом иррациональным?

1) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$; 2) $(\sqrt{24} - \sqrt{2})(\sqrt{24} + \sqrt{2})$; 3) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{18}}$; 4) $\sqrt{18} - 2\sqrt{2}$.

4. Значение какого выражения является числом иррациональным?

1) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{8}$; 2) $(\sqrt{17} - \sqrt{18})(\sqrt{17} + \sqrt{18})$; 3) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$; 4) $\sqrt{45} - \sqrt{5}$.

5. Значение какого выражения является числом рациональным?

- 1) $\sqrt{17} \cdot \sqrt{19}$; 2) $(\sqrt{11} - \sqrt{20})(\sqrt{11} + \sqrt{20})$; 3) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{10}}$; 4) $\sqrt{45} - 2\sqrt{5}$.

6. Значение какого выражения является числом рациональным?

- 1) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{7}$; 2) $(\sqrt{9} - \sqrt{14})(\sqrt{9} + \sqrt{14})$; 3) $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{2}}$; 4) $\sqrt{54} + 3\sqrt{6}$.

7. Какое из чисел больше $\sqrt{5} + \sqrt{13}$ или $2 + \sqrt{14}$?

8. Какое из чисел больше $\sqrt{8} + \sqrt{11}$ или $3 + \sqrt{10}$?

9. Какое из чисел больше $4 + \sqrt{5}$ или $\sqrt{6} + \sqrt{15}$?

10. Найти значение выражения $(3,4 \cdot 10^{-2})(5 \cdot 10^{-2})$.

11. Найти значение выражения $(7,7 \cdot 10^{-4})(5 \cdot 10^{-2})$.

12. Найти значение выражения $(7,6 \cdot 10^{-3})(7 \cdot 10^{-3})$.

13. Найти значение выражения $(9,6 \cdot 10^{-3})(9 \cdot 10^{-2})$.

14. Найти значение выражения $(\sqrt{86} + 4)^2$.

15. Найти значение выражения $(\sqrt{85} - 1)^2$.

16. Найти значение выражения $(\sqrt{40} + 4)^2$.

17. Найти значение выражения $(\sqrt{32} - 3)^2$.

18. Упростить выражение $\frac{2^{-7} \cdot 2^{-8}}{2^{-9}}$.

19. Упростить выражение $\frac{4^{-2} \cdot 4^{-7}}{4^{-6}}$.

20. Расположить в порядке возрастания числа $4\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$ и 7.

21. Расположить в порядке возрастания числа $2\sqrt{5}$, $5\sqrt{2}$ и 6.

22. Указать наименьшее из следующих чисел $\sqrt{6}$, $3\sqrt{2}$, $(\sqrt{3})^2$, $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}$.

23. Указать наименьшее из следующих чисел $\sqrt{10}$, $2\sqrt{3}$, $(\sqrt{3})^2$, $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}$.

24. Какое из следующих выражений является наибольшим $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{11}$, 6,5, $3\sqrt{5}$.

25. Какое из следующих выражений является наибольшим $\sqrt{2,8}$, $2\sqrt{0,8}$, $\frac{\sqrt{27}}{3}$, $\sqrt{\frac{7}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}}$.

26. Найти значение выражения $2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 8\sqrt{6}$.

27. Найти значение выражения $8\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2}$.

28. Найти значение выражения $\frac{\sqrt{540} \cdot \sqrt{120}}{\sqrt{90}}$.

29. Найти значение выражения $\frac{\sqrt{720} \cdot \sqrt{240}}{2}$.

Тема 4. Решение уравнений

Задание № 4.

Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь решать уравнения, неравенства и их системы.

Проверяемые элементы содержания: уравнения и неравенства.

Задание из демоверсии ОГЭ – 2017

Решите уравнение: $7x - 9 = 40$

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Понятия, свойства, формулы	Пример		
Решить уравнение – это найти его корни или доказать, что корней нет.	$7x - 9 = 40$ $7x = 40 + 9$ $7x = 49$ $7x = 49 : 7$ $x = 7$ – корень уравнения		
Равносильные уравнения - это уравнения, у которых одинаковые корни или корней нет.	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"> $3(x-2) = 9$ $3x - 6 = 9$ $3x = 9+6$ $3x = 15$ $x = 15 : 3$ $x = 5$ </td> <td style="width: 50%; padding-left: 5px;"> $150 : 2x = 15$ $2x = 150 : 15$ $2x = 10$ $x = 10 : 2$ $x = 5$ </td> </tr> </table>	$3(x-2) = 9$ $3x - 6 = 9$ $3x = 9+6$ $3x = 15$ $x = 15 : 3$ $x = 5$	$150 : 2x = 15$ $2x = 150 : 15$ $2x = 10$ $x = 10 : 2$ $x = 5$
$3(x-2) = 9$ $3x - 6 = 9$ $3x = 9+6$ $3x = 15$ $x = 15 : 3$ $x = 5$	$150 : 2x = 15$ $2x = 150 : 15$ $2x = 10$ $x = 10 : 2$ $x = 5$		
Линейное уравнение – это уравнение вида $ax + b = 0$	$3x - 4 = 0$ $5x + 30 = 0$		
Прежде чем решать уравнение, его нужно упростить, используя свойства. Свойства уравнения: 1. Если из одной части уравнения перенести в другую слагаемое с противоположным знаком, то получится равносильное уравнение.	$12x - 14 = 4x + 2$ $12x - 4x = 14 + 2$		

2. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то получится равносильное уравнение.	$5(x + 6) = 35 : 5$ $x + 6 = 7$	$7x - 14 = 42 : 7$ $x - 2 = 6$	
3. Если произведение чисел равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.	$x(3x-12) = 0$ $x = 0$ или $3x - 12 = 0$ $3x = 12$ $x = 12 : 3$ $x = 4$ Ответ: 0; 4.		
<p>Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x - переменная, a, b, c - постоянные (числовые) коэффициенты, причем $a \neq 0$. В общем случае решение квадратных уравнений сводится к нахождению дискриминанта:</p> <p>Формула дискриминанта: $D = b^2 - 4ac$.</p> <p>О корнях квадратного уравнения можно судить по знаку дискриминанта (D):</p> <ul style="list-style-type: none"> • $D > 0$ - уравнение имеет 2 различных вещественных корня • $D = 0$ - уравнение имеет 2 совпадающих вещественных корня • $D < 0$ - уравнение имеет 2 мнимых корня (для непродвинутых пользователей - корней не имеет) <p>В общем случае корни уравнения равны:</p> $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ <p>Очевидно, в случае с нулевым дискриминантом, оба корня равны</p> $x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$	$-6x^2 - 5x - 1 = 0$ $a = -6$ $b = -5$ $c = -1$ $D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot (-6) \cdot (-1) = 25 - 24 = 1$ $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot (-6)} = \frac{5 \pm 1}{-12}$ $x_1 = \frac{5+1}{-12} = \frac{6}{-12} = -\frac{1}{2}$ $x_2 = \frac{5-1}{-12} = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3}$ Ответ: $-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}$.		
Неполное квадратное уравнение - это квадратное уравнение, в котором либо $b = 0$, либо $c = 0$.	$-2x^2 + 5x = 0$ $c = 0$	$7x^2 - 4 = 0$ $b = 0$	
<p>Любое неполное квадратное уравнение можно решить через дискриминант!</p> <p>Однако существуют способы решения неполных квадратных уравнений.</p> <p>1. Если $b = 0$, то</p> $ax^2 + c = 0$ $ax^2 = -c$ $x^2 = \frac{-c}{a}$ $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$	$6x^2 - 54 = 0$ 0 $6x^2 = 54$ $x^2 = 54 : 6$ $x^2 = 9$ $x = \pm 3$ Ответ: -3; 3.	$2x^2 + 8 = 0$ $2x^2 = -8$ $x^2 = -8 : 2$ $x^2 = -4$ корней нет, так как $x^2 \geq 0$ $a - 4 < 0$	$5x^2 - 10 = 0$ $5x^2 = 10$ $x^2 = 10 : 2$ $x^2 = 5$ $x = \pm \sqrt{5}$ Ответ: $\sqrt{5}; -\sqrt{5}$
<p>2. Если $c = 0$, то</p> $ax^2 + bx = 0$ $x(ax + b) = 0$ $x = 0 \text{ или } ax + b = 0$ $ax = -b$ $x = \frac{-b}{a}$	$8x^2 + 24x = 0 : 8$ $x^2 + 3x = 0$ $x(x + 3) = 0$ $x = 0$ или $x + 3 = 0$ $x = -3$ Ответ: 0; -3.	$4x^2 - 5x = 0$ $x(4x - 5) = 0$ $x = 0$ или $4x - 5 = 0$ $4x = 5$ $x = 5 : 4$ $x = 1,25$ Ответ: 0; 1,25.	

Задания для учащихся

<p>Ответь на вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Как определить, сколько корней имеет квадратное уравнение? 2. В каком случае слагаемое в уравнении меняет знак? 3. Каким свойством обладает произведение нескольких множителей равно нулю? 4. Назовите коэффициенты, a, b, c 	<p>Закончи предложение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Если дискриминант - положительное число, то уравнение имеет.... 2. Квадратное уравнение не имеет корней, если.... 3. Если переносишь слагаемое из одной части уравнения в другую, то... 4. Если произведение равно нулю, то ...
--	--

<p>в квадратных уравнениях $4x - x^2 = 0$ $6 - x = 3x^2$</p> <p>5. Приведи пример квадратного уравнения, у которого:</p> <p>а) коэффициент $b = 0$ б) коэффициент, $a = 1$ с) коэффициент $c = 0$</p> <p>6. Какой из коэффициентов квадратного уравнения не может равняться нулю? Почему?</p>	<p>5. Равносильные уравнения – это уравнения....</p> <p>6. Уравнение называется неполным квадратным, если....</p> <p>7. Чтобы решить квадратное уравнение, в котором $b = 0$, нужно....</p> <p>8. Чтобы решить квадратное уравнение, в котором $c = 0$, нужно....</p>
---	---

Прототипы заданий №4

Прототипы заданий №4	Вспомогательные вопросы к задачам	Образец решения задач
<p>I. Найди корень уравнения $-6x + 10 = -2$.</p>	<p>Какого вида это уравнение? Что значит решить уравнение? Какие свойства уравнения нужно применить?</p>	<p>$-6x + 10 = -2$ $-6x = -2 - 10$ $-6x = -12$ $x = -12 : (-6)$ $x = 2$ Ответ: 2.</p>
<p>II. При каком значении x значения выражений $10x - 6$ и $6x + 5$ равны?</p>	<p>Какой знак нужно поставить между выражениями? Какого вида получится уравнение?</p>	<p>$10x - 6 = 6x + 5$ $10x - 6x = 6 + 5$ $4x = 11$ $x = 11 : 4$ $x = 2,75$ Ответ: 2,75.</p>
<p>III. Найди корень уравнения $8 - 5(2x - 3) = 13 - 6x$.</p>	<p>Как раскрыть скобки? Что нужно сделать со знаком слагаемого при переносе из одной части уравнения в другую? Какие слагаемые являются подобными? Как упростить уравнение?</p>	<p>$8 - 5(2x - 3) = 13 - 6x$ $8 - 10x + 15 = 13 - 6x$ $-10x + 6x = 13 - 8 - 15$ $-4x = -10$ $x = -10 : (-4)$ $x = 2,5$ Ответ: 2,5.</p>
<p>IV. Найди корень уравнения $-4 + \frac{x}{5} = \frac{x+4}{2}$.</p>	<p>Найди НОД (2,5)? Как избавиться от знаменателя? Как умножить число на сумму?</p>	<p>$-4 + \frac{x}{5} = \frac{x+4}{2} \cdot 10$ $-40 + 2x = 5(x + 4)$ $-40 + 2x = 5x + 20$ $2x - 5x = 20 + 40$ $-3x = 60$ $x = 60 : (-3)$ $x = -20$ Ответ: -20.</p>
<p>V. Найди корень уравнения $-2x^2 + x + 7 = -x^2 + 5x + (-2 - x^2)$.</p>	<p>Как раскрыть скобки, перед которыми стоит «+»? Как упростить уравнение? К какому типу уравнений относится данное уравнение?</p>	<p>$-2x^2 + x - 7 = -x^2 + 5x + (-5 - x^2)$ $-2x^2 + x - 7 = -x^2 + 5x - 5 - x^2$ $-2x^2 + x - 7 + x^2 - 5x + 5 + x^2 = 0$ $-4x - 2 = 0$ $-4x = 2$ $x = 2 : (-4)$ $x = -0,5$ Ответ: -0,5.</p>
<p>VI. Найди корень уравнения $(x-10)^2 = (2-x)^2$.</p>	<p>Как раскрыть скобки вида $(a \pm b)^2$? Уравнение какого типа получилось после раскрытия скобок и упрощения?</p>	<p>$(x-10)^2 = (2-x)^2$ $x^2 - 20x + 100 = 4 - 4x + x^2$ $x^2 - 20x + 100 - 4 + 4x - x^2 = 0$ $-16x + 96 = 0$ $-16x = -96$ $x = -96 : (-16)$ $x = 6$ Ответ: 6.</p>
<p>VII. Реши уравнение $x^2 - 5x - 14 = 0$.</p>	<p>К какому типу относится это уравнение? И почему? Назовите коэффициенты a, b и c? Выпишите формулы дискриминанта и корней уравнения.</p>	<p>$x^2 - 5x - 14 = 0$ $a = 1$ $b = -5$ $c = -14$ $D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14)$ $D = 25 + 56 = 81$</p>

		$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ $x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 9}{2}$ $x_1 = \frac{5+9}{2} = \frac{14}{2} = 7 \quad x_2 = \frac{5-9}{2} = \frac{-4}{2} = -2$ <p>Ответ: 7; -2.</p>
VIII. Реши уравнение $x^3 = x^2 + 6x$.	<p>Как перенести слагаемое из одной части в другую? Каков будет общий множитель у левой части уравнения? Каким свойством обладает произведение, равное нулю?</p>	$x^3 = x^2 + 6x$ $x^3 - x^2 - 6x = 0$ $x(x^2 - x - 6) = 0$ $\begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 6 = 0 \end{cases}$ $x^2 - x - 6 = 0$ $a = 1 \quad b = -1 \quad c = -6$ $D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)$ $D = 1 + 24 = 25$ $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ $x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 5}{2}$ $x_1 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad x_2 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$ <p>Ответ: 0; 3; -2.</p>
IX. Реши уравнение $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$	<p>Сравни с нулем каждое из слагаемых левой части Чтобы сумма двух неотрицательных слагаемых была равна нулю, какими должны быть слагаемые?</p>	$\begin{cases} x^2 - 25 = 0 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 25 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases}$ $x^2 = 25$ $x = \pm 5$ $x^2 + 3x - 10 = 0$ $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)$ $D = 9 + 40 = 49$ $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 7}{2}$ $x_1 = \frac{-3+7}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad x_2 = \frac{-3-7}{2} = \frac{-10}{2} = -5$ <p>$x = -5$ является решением обоих уравнений системы Ответ: -5.</p>

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

I. Найди корень уравнения: 1. $5x + 4 = 0$ 2. $4x + 10 = 5x$.	II. При каком значении x значения выражений $7x - 2$ и $3x + 6$ равны? 2. При каком значении x значения выражений $2x - 4$ и $6x + 8$ равны?	III. Найди корень уравнения: 1. $1 - 7(4 + 2x) = -9 - 4x$. 2. $2 - 3(2x + 2) = 5 - 4x$.
IV. Найди корень уравнения: 1. $\frac{x}{4} + x = 4$ 2. $\frac{x}{7} + \frac{x}{3} = 4$	V. Найди корень уравнения: 1. $-3x^2 + 2x + 9 = -x^2 + 4x + (-2 - 2x^2)$. 2. $-3x^2 + 4x - 7 = -x^2 + 5x + (-1 + 2x^2)$.	VI. Найди корень уравнения: 1. $(x+3)^2 = (x-5)^2$ 2. $(x-9)^2 = (x-3)^2$.
VII. Найди корень уравнения: 1. $x^2 + 6x - 16 = 0$ 2. $x^2 + x = 12$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.	VIII. Найди корень уравнения: 1. $x^3 = x^2 + 6x$ 2. $x^3 = 2x^2 + 8x$.	IX. Реши уравнение: 1. $(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 6x - 7)^2 = 0$. 2. $(x^2 - 9)^2 + (x^2 - 2x - 15)^2 = 0$.

Тема 5: Чтение графиков функций

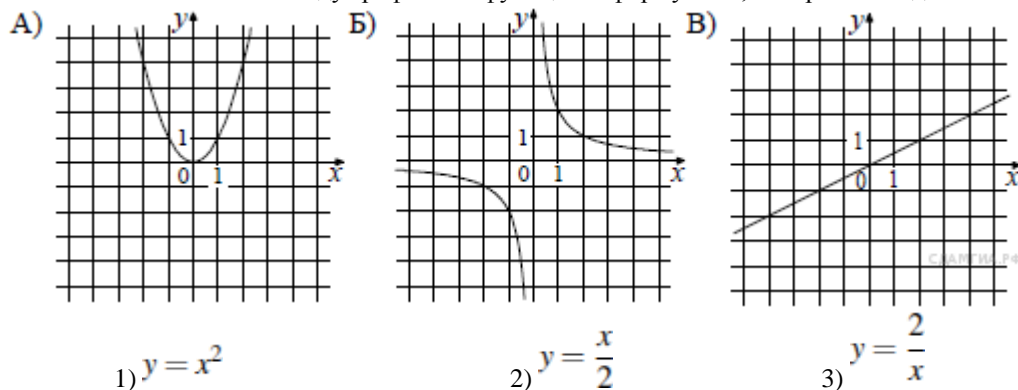
Задание № 5.

Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь распознавать графики функций, устанавливать соответствие между заданными функциями и их графиками.

Проверяемые элементы содержания: функция, свойства функции, график функции.

Задание №5 из демоверсии ОГЭ – 2017

Установи соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



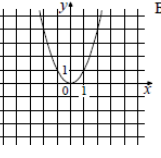
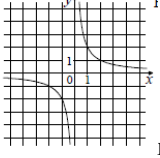
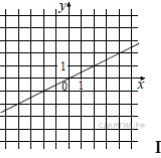
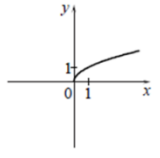
В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впиши номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

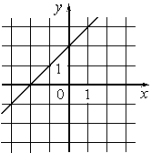
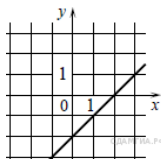
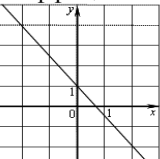
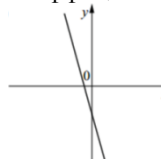
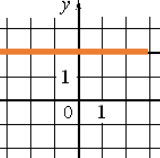
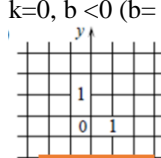
А	Б	В

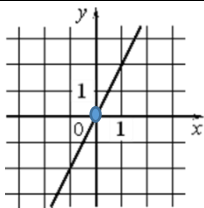
При решении данного задания и его прототипов используется следующий теоретический материал:

1 Аналитическая запись функции, вид графика функции, их соответствие

Функция, график функции (название)	Функция, график функции (название)
<p>А)  $y = x^2$ парабола</p>	<p>Б)  $y = \frac{2}{x}$ гипербола</p>
<p>В)  $y = \frac{x}{2}$ прямая</p>	<p>Б)  $y = \sqrt{x}$</p>

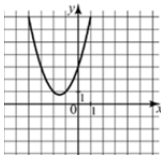
2. Расположение графика одной функции на координатной плоскости в зависимости от коэффициентов

<p>Линейная функция $y=kx+b$, k, b –числовые коэффициенты.</p>  <p>Если $k>0, b>0$</p>	<p>Линейная функция $y=kx+b$, k, b –числовые коэффициенты.</p>  <p>Если $k>0, b <0$</p>
<p>Линейная функция $y=kx+b$, k, b –числовые коэффициенты. Если $k <0, b>0$</p>  <p>прямая направлена вниз, смещена вдоль оси оу вверх $y = -2x+1$</p>	<p>Линейная функция $y=kx+b$, k, b –числовые коэффициенты. Если $k <0, b <0$</p> 
<p>Линейная функция $y=kx+b$, $k=0, b>0$ ($b=2$)</p>  <p>$y=2$</p>	<p>Линейная функция $y=kx+b$, $k=0, b <0$ ($b = -2$)</p>  <p>$y = -2$</p>
<p>Линейная функция $y=kx+b$, $b=0$</p>	

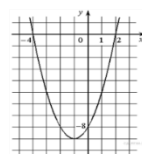


$y=2x$ график проходит через начало системы координат (0;0)

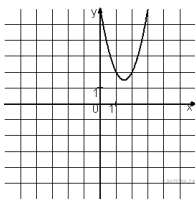
Квадратичная функция $y=ax^2+bx+c$ a, b, c числовые коэффициенты, x -независимая переменная



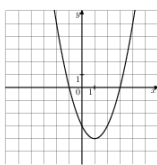
1. $a>0, b>0, c>0$
Ветви параболы направлены вверх, вершина смещена влево ($b>0$), пересекает ось ox в точке с положительной ординатой ($c>0$)



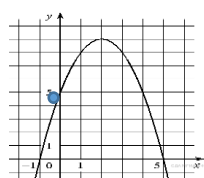
$a>0, b>0, c<0$
2. Ветви параболы направлены вверх, точка пересечения с осью oy ниже оси ординат, $c<0$



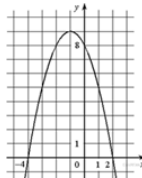
3. $a>0, b<0, c>0$
Ветви параболы направлены вверх ($a>0$), вершина смещена вправо ($b<0$), вдоль оси oy смещена вверх ($c>0$)



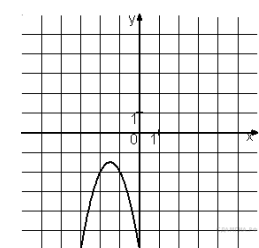
4. $a>0, b<0, c<0$
Ветви параболы направлены вверх ($a>0$), вершина смещена вправо ($b<0$), вдоль оси oy смещена вниз ($c<0$)



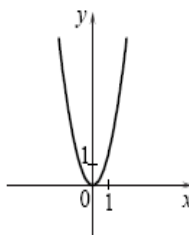
5. $a<0, b>0, c>0$
Ветви параболы направлены вниз ($a<0$), вершина смещена вправо ($b>0$), парабола пересекает ось oy в точке (0;5) $c=5, c>0$



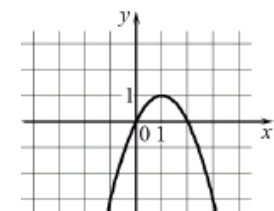
6. $a<0, b<0, c>0$
Ветви параболы направлены вниз ($a<0$), вершина смещена влево ($b<0$), парабола пересекает ось oy в точке (0;8) $c=8, c>0$



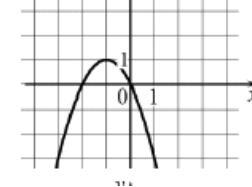
7. $a<0, b<0, c<0$
Ветви вниз, вершина сместилась влево и вниз из начала системы координат



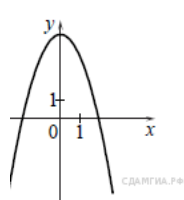
8. $a>0, b=0, c=0$
например $y=x^2, a=1$



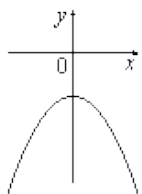
9. $a<0, b>0, c=0$ ветви параболы -вниз
 $y=-x^2+2x, a=-1, b=2, c=0$



10. $a<0, b<0, c=0$
 $y=-x^2-2x$
 $a=-1, b=-2, c=0$

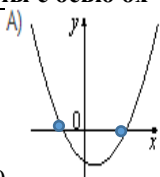


11. $a<0, b=0, c>0$
 $y=-x^2+3$

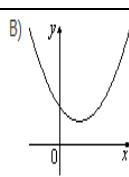


12. $y=-x^2-2$ $a<0, b=0, c<0$

$y = ax^2+bx+c, a$ –определяет направление ветвей , D дискриминант определяет число точек пересечения параболы с осью ox



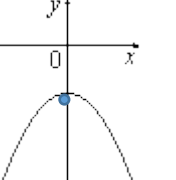
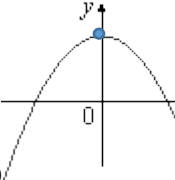
$a>0, D>0$
ветви вверх, две точки пересечения

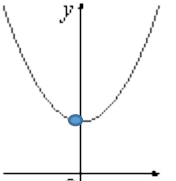
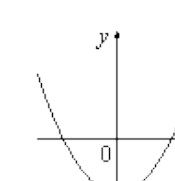


$a>0, D<0$
ветви вверх, нет точек пересечения с осью ox

 <p>$a < 0, D > 0$ ветви вниз, две точки пересечения</p>	 <p>$a < 0, D < 0$ ветви вниз, нет точек пересечения с осью ox</p>
--	---

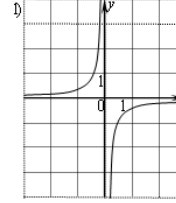
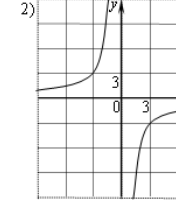
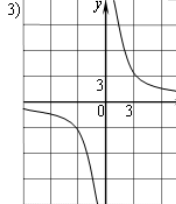
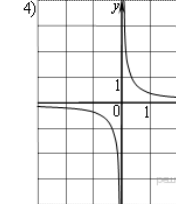
a- направление ветвей параболы , c- ордината точки пересечения параболы с осью oy

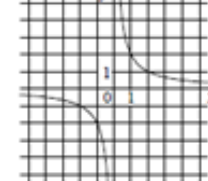
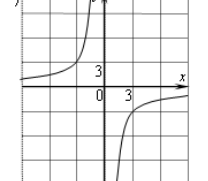
 <p>$a < 0, c < 0$</p>	 <p>$a < 0, c > 0$</p>
--	--

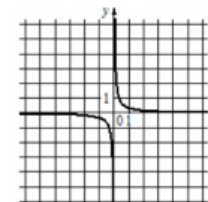
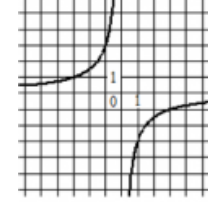
 <p>$a > 0, c > 0$</p>	 <p>$a > 0, c < 0$</p>
--	--

Функция $y = \frac{k}{x}$ - обратная пропорциональность, график - гипербола

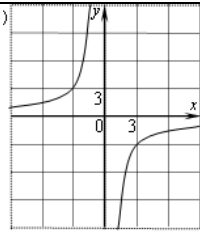
Установи соответствие между функциями и их графиками

<p>A) $y = \frac{9}{x}$ B) $y = -\frac{9}{x}$ B) $y = \frac{1}{9x}$ Г) $y = -\frac{1}{9x}$</p>	    <p>A-3 Б-2 В-4 Г-1</p>
---	---

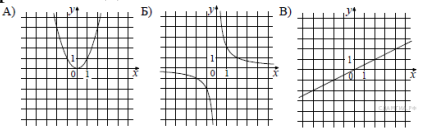
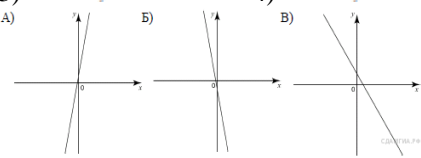
 <p>$y = \frac{k}{x}, k > 0, k > 1$</p>	 <p>$y = \frac{k}{x}, k < 0$</p>
---	--

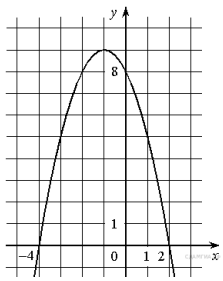
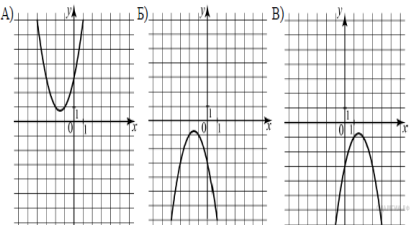
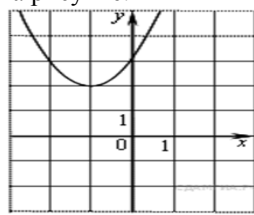
 <p>$y = \frac{k}{x}, 0 < k < 1, y = \frac{1}{3x}$</p>	 <p>$y = -\frac{3}{x}, k = -3$</p>
--	---

Задания для учащихся

Ответ на вопросы	Реши микрозадачи
Что является графиком любой функции?	 <p>Лежит ли точка с координатами (3;3) на данном графике функции?</p>
Как определить расположение графика линейной функции по коэффициентам k и b?	Для функции $y=x^2-5x+6$ определите направление ветвей параболы и количество точек пересечения с осью ox
Среди заданных функций $y=x^2-5x+6$, $y=2x-4$, $y=-3$ укажи квадратичную.	В каких четвертях расположен график функции $y = \frac{4}{x}$?
Как найти координаты вершины параболы?	Определи, лежит ли точка A (1;3) на графике функции $y=3x - 2$?
Как зависит расположение параболы от коэффициентов a, b, c?	Найди k по графику функции
Как зависит расположение гиперболы от коэффициента k?	Сколько точек пересечения с осью ox у параболы, заданной функцией $y=2x^2-4x-9$?

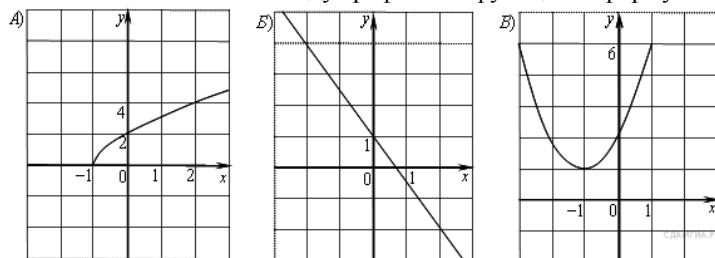
Прототипы задания № 5

Прототипы задания	Вспомогательные вопросы к задачам	Шаблон решения
<p>1. Установи соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.</p>  <p>1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \frac{2}{x}$</p>	<p>1. Какой среди графиков узнаваемый?</p> <p>2. Как различить линейную функцию и обратную пропорциональность?</p> <p>3. Если графики расположены на клетчатой бумаге, можно найти точки, лежащие на них?</p> <p>4. Как проверить, лежит точка на графике или нет?</p>	<p>1. Парабола узнаваема среди этих графиков, она на А)</p> <p>2. Гипербола на проходит через точку (0;0), разрывается на две части у функции 3) x в знаменателе (на ноль делить нельзя) -график Б)</p> <p>3. Любое число можно делить на 2</p> <p>$y = \frac{x}{2}$ её график - прямая</p> <p>Ответ: 132.</p>
<p>2. На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установи соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b.</p> <p>КОЭФФИЦИЕНТЫ</p> <p>1) $k < 0, b < 0$ 2) $k > 0, b > 0$</p> <p>3) $k > 0, b < 0$ 4) $k < 0, b > 0$</p> 	<p>1. Как зависит от коэффициента k расположение прямой на координатной плоскости?</p> <p>2. Как влияет число b на положение прямой?</p>	<p>1. На А) Если $k > 0, b > 0$ прямая направлена снизу-вверх, приподнята вверх из начала координат по оси oy условие (2).</p> <p>2. На Б) прямая направлена вниз и опущена по оси oy- это $k < 0, b < 0$ (1)</p> <p>3. На В) прямая направлена вниз, приподнята по оси вверх (4)</p> <p>Ответ: 214.</p>

 <p>3. Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера в порядке возрастания. 1) Функция возрастает на промежутке $(-\infty; -1]$. 2) Наибольшее значение функции равно 8. 3) $f(-4) \neq f(2)$</p>	<p>1. Если ветви параболы направлены вниз, при каких значениях x она возрастает? 2. Какое значение называют наибольшим значением функции? 3. Какое значение принимает функция в точках пересечения параболы с осью ox?</p>	<p>1. Ветви данной параболы направлены вниз, график возрастает до вершины, на промежутке $(-\infty; -1]$ это верно, в ответ не запишем. 2. Ордината (y) самой высокой точки графика - наибольшее значение функции. $y=9$, а в условии задачи $y=8$ - это ложь, берём в ответ 2. 3. $y=0$ в точках с абсциссами $x=-4$ и $x=2$, значит, 3) утверждение $f(-4) \neq f(2)$ - ложь, берём в ответ. Ответ: 23.</p>
 <p>Установи соответствие между графиками и формулами, которые их задают. 1) $y = x^2 + 3x + 3$ 2) $y = x^2 - 3x + 3$ 3) $y = -x^2 - 3x - 3$ 4) $y = -x^2 + 3x - 3$</p>	<p>1. Как зависит направление ветвей параболы от коэффициента a? 2. В каком направлении смещается парабола вдоль оси ox если $a > 0$ и $b > 0$?</p>	<p>1. На графике А) ветви параболы - вверх, смещение влево, значит, $a > 0, b > 0$ это у функции (1); 2. На Б) ветви вниз и тоже влево, значит, $a < 0, b < 0$, это у функции под номером (3); 3. На В) ветви тоже вниз, подходит (4) Ответ: 134.</p>
<p>5. Найди значение b по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.</p>  <p>1) -2 2) 1 3) 2 4) 3</p>	<p>1. Какую формулу необходимо применить для нахождения b? 2. Какой коэффициент можно найти сразу по графику?</p>	<p>1. По графику $c=3$, вершина по формуле $x_0 = -\frac{b}{2a}$, и по графику $x_0 = -1, y_0 = 2$, значит $-1 = -b:2a$, $b = 2a, 2 = a(-1)^2 + 2a(-1) + 3$ $a = 1, b = 2$ Ответ: 3.</p>

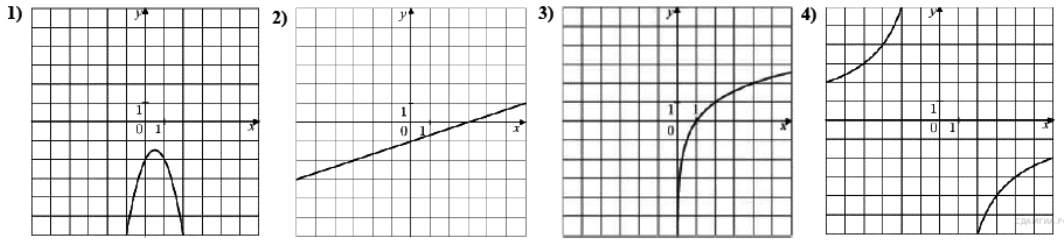
Задания из открытого банка заданий ОГЭ

1. Укажи соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



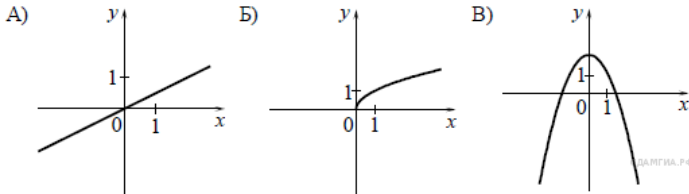
1) $y = (x + 1)^2 + 2$ 2) $y = 1 - 2x$ 3) $y = \sqrt{5x + 5}$ 4) $y = \sqrt{5x - 5}$

2. Установи соответствие между функциями и их графиками.



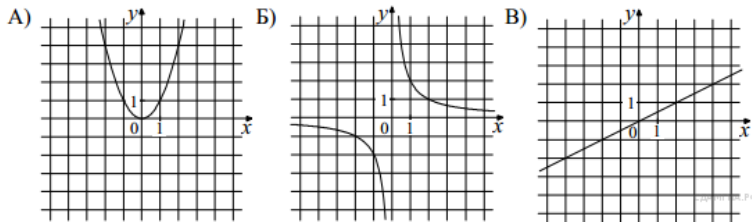
А) $y = -2x^2 + 2x - 2$ Б) $y = -\frac{12}{x}$ В) $y = \frac{x}{3} - 1$

3. Установи соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



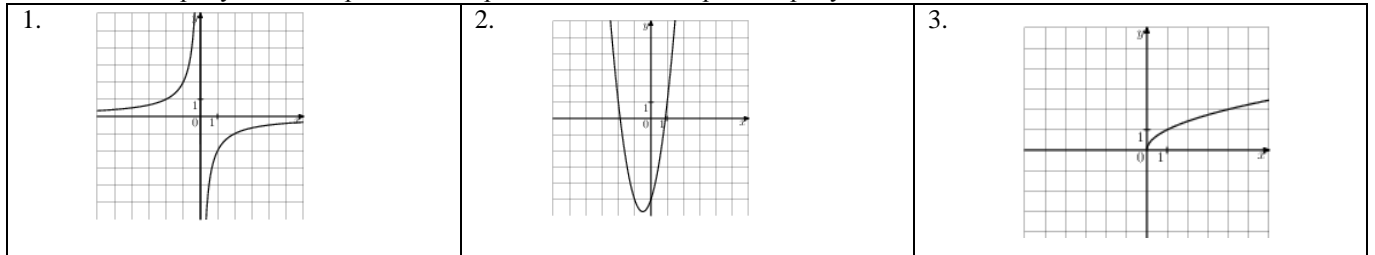
1) $y = \frac{1}{x}$ 2) $y = \frac{1}{2}x$ 3) $y = 2 - x^2$ 4) $y = \sqrt{x}$

4. Установи соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \sqrt{x}$ 4) $y = \frac{2}{x}$

5. На одном из рисунков изображена гипербола. Укажи номер этого рисунка.

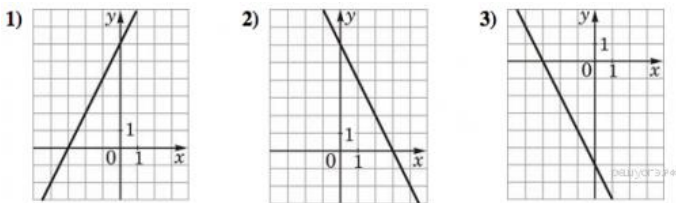


6. Установи соответствие между функциями и их графиками.

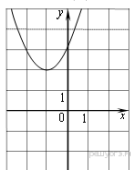
ФУНКЦИИ

А) $y=2x+6$ Б) $y=-2x-6$ В) $y=-2x+6$

ГРАФИКИ

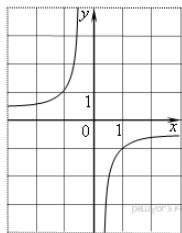


7. Найди значение с по графику функции $y=ax^2+bx+c$ изображенному на рисунке.

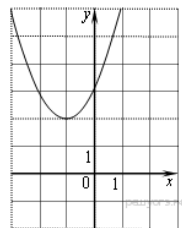


1) -3 2) 1 3) 2 4) 3

8. Найди значение k по графику функции $y = \frac{k}{x}$ изображенному на рисунке.

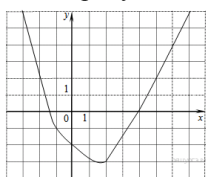


9. Найди значение a по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.



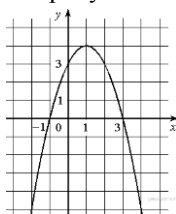
- 1) -1 2) 1 3) 2 4) 3

10. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Какие из утверждений относительно этой функции неверны? Укажи их номера.



- 1) функция возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$
 2) $f(3) > f(-3)$
 3) $f(0) = -2$
 4) прямая $x=2$ пересекает график в точках $(-2;2)$ и $(5;2)$

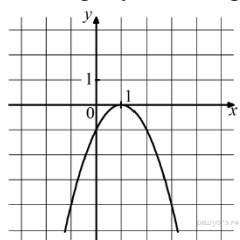
11. На рисунке изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.



Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запиши их номера.

- 1) $f(-1) = f(3)$.
 2) Наибольшее значение функции равно 3.
 3) $f(x) > 0$ при $-1 < x < 3$.

12. На рисунке изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Установи соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения выполняются. Впиши в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.



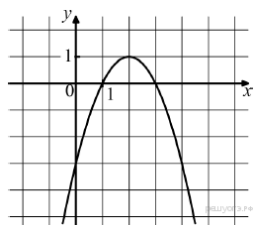
УТВЕРЖДЕНИЯ

- А) функция возрастает на промежутке
 Б) функция убывает на промежутке

ПРОМЕЖУТКИ

- 1) $[1;2]$
 2) $[0;2]$
 3) $[-1;0]$
 4) $[-2;3]$

13. На рисунке изображён график функции вида $y = ax^2 + bx + c$. Установи соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения выполняются. Впиши в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.



УТВЕРЖДЕНИЯ

- А) функция возрастает на промежутке
 Б) функция убывает на промежутке

ПРОМЕЖУТКИ

- 1) $[0; 3]$
 2) $[-1; 1]$
 3) $[2; 4]$
 4) $[1; 4]$

Тема 6. Числовые последовательности

Задание № 6

Основные проверяемые требования к математической подготовке: решать элементарные задачи, связанные с числовыми последовательностями; распознавать арифметические и геометрические прогрессии; решать задачи с применением формулы общего члена и суммы нескольких первых членов прогрессии.

Проверяемые элементы содержания: понятие последовательности; арифметическая прогрессия; формулы общего члена арифметической прогрессии; формулы суммы первых нескольких членов арифметической прогрессии; формула суммы первых нескольких членов геометрической прогрессии.

Задание № 6 из демоверсии ОГЭ -2017

«В последовательности чисел первое число равно 6, а каждое следующее больше предыдущего на 4. Найдите пятнадцатое число»

1. Арифметическая прогрессия

Для решения данного задания и его прототипов используется следующий **теоретический материал:**

Формулировка	Примеры
<p>Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и одного то числа d, называют арифметической прогрессией, а число d – разностью арифметической прогрессии.</p> $a_1 = a, a_{n+1} = a_n + d$ $d = a_{n+1} - a_n$ $(n = 2, 3, 4, \dots)$	<p>2, 4, 6, 8, ...</p> $a_1 = 2, d = 2$ $a_{n+1} = a_n + d$ $a_2 = a_1 + 2 = 2 + 2 = 4$ $a_3 = a_2 + 2 = 4 + 2 = 6$ $a_4 = a_3 + 2 = 6 + 2 = 8$ $a_5 = a_4 + 2 = 8 + 2 = 10$ <p>.....</p>
<p>Формула n-го члена арифметической прогрессии</p> $a_n = a_1 + (n - 1)d$	<ul style="list-style-type: none"> • Известно, что $a_1 = 6, d = 5$. Найди a_{23}. $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $n = 23$ $a_{22} = 6 + (23 - 1) \cdot 5 = 6 + 22 \cdot 4 = 94$ • Известно, что $a_1 = -3, d = 5, a_n = 120$. Найди n. $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $120 = -3 + (n - 1) \cdot 5$ $120 = -3 + 4n - 5$ $-4n = -3 - 5 - 120$ $-4n = -128$ $n = -128 : (-4)$ $n = 32.$ • Известно, что $d = -2, a_{39} = 83$. Найди a_1. $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $83 = a_1 + (39 - 1) \cdot (-2)$ $83 = a_1 + 38 \cdot (-2)$ $83 = a_1 - 76$ $a_1 = 83 + 76$ $a_1 = 159$ • Известно, что $a_1 = 7, a_{15} = -35$. Найди d. $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $-35 = 7 + (15 - 1)d$ $-35 = 7 + 14d$ $14d = -35 - 7$ $14d = -42$ $d = -42 : (-14)$ $d = -32.$
<p>Формула суммы n членов конечной арифметической прогрессии</p> $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$	<ul style="list-style-type: none"> • Известно, что $a_1 = 5, d = 4, n = 22$. Найди S_{22}. $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $a_{22} = 5 + (22 - 1) \cdot 4 = 5 + 21 \cdot 4 = 89$ $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $S_{22} = \frac{22 \cdot (5 + 89)}{2} = 22 \cdot (5 + 89) = 1034$ • Известно, что $a_1 = 7, n = 8, S_8 = 140$. Найди d.

	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $140 = \frac{8(7 + a_8)}{2}$ $140 = 4(7 + a_8)$ $35 = 7 + a_8$ $a_8 = 35 - 7$ $a_8 = 28$ $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $28 = 7 + (8 - 1)d$ $28 = 7 + 7d$ $7d = 28 - 7$ $7d = 21$ $d = 3.$
<p>Характеристическое свойство арифметической прогрессии</p> $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	<p>(Прототип задания)</p> <p>1. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: ...; 1; x; -5; -8; ... Найди член прогрессии, обозначенный буквой x.</p> <p>1 способ</p> $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ $x = \frac{1 + (-5)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$ <p>Ответ: -2</p> <p>2 способ</p> $d = a_{n+1} - a_n = (-8) - (-5) = -3$ $x = 1 + (-3) = -2$ <p>Ответ: -2.</p>

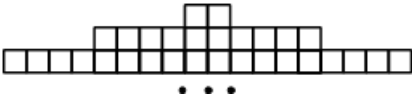
Задания для учащихся

Ответ на вопросы	Реши микрозадачи
Что такое арифметическая прогрессия?	Является ли заданная последовательность арифметической прогрессией, почему? 3; 6; 9; 12; ... -1; -1; -1; ...
Запиши формулу n-го члена арифметической прогрессии	Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: 5, 8, 11, 14, ... Найди a_1 , d , a_5
Дана формула $a_n = a_1 + (n - 1)d$. Что обозначают переменные a_n , a_1 , n , d ?	(a_n) – арифметическая прогрессия $a_1 = 5$; $d = 2$. Найти: a_6
Как найти разность арифметической прогрессии?	Последовательность y_n задана формулой n-го члена: $y_n = 5n + 1$. Найди y_1 , y_4 , y_{20} .
Сформулируйте характеристическое свойство арифметической прогрессии.	Найди сумму первых 20 членов арифметической прогрессии: 1; 3,5; ...
Дана формула $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$. Что обозначает a_{n+1} , a_{n+1} .	(Прототип задания) Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: ...; 2; x; -2; -4; ... Найди член прогрессии, обозначенный буквой x.
Запишите формулы суммы n первых арифметической прогрессии.	

«Найти пару», соединив их стрелкой

Определение арифметической прогрессии	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$
Формула n -го члена арифметической прогрессии	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$
Характеристическое свойство арифметической прогрессии	$a_n = a_1 + (n - 1)d$
Формула суммы n членов конечной арифметической прогрессии	$d = a_{n+1} - a_n$
Формула нахождения разности арифметической прогрессии	$a_{n+1} = a_n + d$
	$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$

Прототипы задания № 6

Прототипы задания	Вспомогательные вопросы к задачам	Шаблон решения
2. Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = 3,8 - 5,7n$. Найди a_6 .	В формуле $a_n = 3,8 - 5,7n$, что необходимо подставить вместо n , чтобы найти a_6 ?	$a_n = 3,8 - 5,7n$ $a_6 = 3,8 - 5,7 \cdot 6 = 3,8 - 34,2 = -30,4$ Ответ: -30,4.
3. Последовательность задана формулой $a_n = \frac{66}{n+1}$. Сколько членов этой последовательности больше 8?	Что обозначает в формуле переменная n ? Каким оно должно быть? Что необходимо решить в данном задании для получения ответа?	Для решения этой задачи надо решить неравенство: $\frac{66}{n+1} > 8$ $66 > 8(n+1)$ $66 > 8n+8$ $58 > 8n$ $29 > 4n$ $7,25 > n$ n - натуральное, то нас интересуют только целые положительные числа, т.е. от 1 до 7. Таким образом, получается, что при $n=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. a_n будет больше 8. Ответ: 7.
4. В первом ряду кинозала 24 места, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду?	Почему данная задача сводится к работе с арифметической прогрессией? Чему равно a_1, d ? Какую формулу необходимо применить, чтобы найти количество мест в восьмом ряду?	$a_1 = 24, d = 2$. $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $a_8 = 24 + (8 - 1) \cdot 2 = 38$ Ответ: 38.
5. Фигура составляется из квадратов так, как показано на рисунке: в каждой следующей строке на 8 квадратов больше, чем в предыдущей. Сколько квадратов в 16-й строке? 	Почему данная задача сводится к работе с арифметической прогрессией? Чему равно a_1, d ? Какую формулу необходимо применить, чтобы найти количество квадратов в 16-й строке?	$a_1 = 2, d = 8$. $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $a_{16} = 2 + (16 - 1) \cdot 8 = 122$ Ответ: 122.

<p>6. Дана арифметическая прогрессия (a_n), разность которой равна 2,5, $a_1=8,7$. Найди a_9.</p>	<p>Какую формулу необходимо применить для нахождения девятого члена арифметической прогрессии?</p>	<p>$a_1 = 8,7; d = 2,5.$ $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $a_9 = 8,7 + (9 - 1) \cdot 2,5 = 33,7$ Ответ: 33,7.</p>
<p>7. Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: 1, 3, 5, ... Найди её одиннадцатый член.</p>	<p>Какую формулу необходимо применить для нахождения одиннадцатого члена арифметической прогрессии? Чему равно a_1? Как найти разность арифметической прогрессии?</p>	<p>$a_1 = 2,$ $d = a_{n+1} - a_n = 5 - 3 = 2,$ $a_n = a_1 + (n - 1)d$ $a_{11} = 2 + (11 - 1) \cdot 2 = 22$ Ответ: 22.</p>
<p>8. Последовательность задана условиями $c_1=-1, c_{n+1}=c_n-1$. Найди c_7.</p>	<p>Какую формулу необходимо применить для нахождения седьмого члена арифметической прогрессии? Как найти разность арифметической прогрессии?</p>	<p>$c_1 = -1, c_{n+1} = c_n - 1$ $d = c_{n+1} - c_n$ $c_{n+1} - c_n = -1$ $d = -1$ $c_n = c_1 + (n - 1)d$ $c_7 = -1 + (7 - 1) \cdot (-1) = -7$ Ответ: -7.</p>
<p>9. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: 25; 19; 13; ... Найди первый отрицательный член этой прогрессии.</p>	<p>Что необходимо знать, чтобы найти n-ый член прогрессии? Чему равно a_1? Как найти разность арифметической прогрессии?</p>	<p>$a_1 = 2,$ $d = a_{n+1} - a_n = a_2 - a_1 = 19 - 25 = -6$ $a_n = a_1 + (n - 1)d = 25 - 6(n - 1)$ Нужно найти a_n, который меньше нуля, с наименьшим n. $25 - 6(n - 1) < 0$ $25 - 6n + 6 < 0$ $31 - 6n < 0$ $-6n < -31$ $n > \frac{31}{6}$ $n > 5\frac{1}{6}$ Минимальный такой n равен 6. $a_6 = a_1 + (6 - 1)d = 25 + 5 \cdot (-6) = 25 - 30 = -5$ Ответ: -5.</p>
<p>10. Дана арифметическая прогрессия (a_n), в которой $a_6 = -7,8, a_{19} = -10,4$. Найди разность прогрессии.</p>	<p>Зная a_n, по какой формуле можно найти разность?</p>	<p>$a_n = a_1 + (n - 1)d$ Составим систему уравнений: $\begin{cases} a_6 = a_1 + 5d \\ a_{19} = a_1 + 18d \end{cases}$ $\begin{cases} -7,8 = a_1 + 5d \\ -10,4 = a_1 + 18d \end{cases}$ $-2,6 = 13d$ $d = -2,6 : 13$ $d = -0,2$ Ответ: -0,2.</p>
<p>11. Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = -0,6 + 8,6n$. Найди сумму первых 10 её членов.</p>	<p>Какую из двух формул необходимо применить, чтобы найти S_{10}? Как найти a_1, a_{10}?</p>	<p>$a_1 = -0,6 + 8,6 \cdot 1 = 8$ $a_{10} = -0,6 + 8,6 \cdot 10 = 85,4$ $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $S_{10} = \frac{10(8 + 85,4)}{2}$ $= \frac{10(8 + 85,4)}{2} = 467$ Ответ: 467.</p>
<p>12. Дана арифметическая прогрессия (a_n), разность которой равна -2,5, $a_1 = -9,1$. Найди сумму первых 15 её членов.</p>	<p>Какую из двух формул необходимо применить, чтобы найти S_{10}, если известна разность</p>	<p>$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$ $S_{15} = 15 \cdot \frac{2(-9,1) + (-2,5)(15 - 1)}{2}$</p>

	арифметической прогрессии и a_1 ?	$= 15 \cdot \frac{-18,2 - 35}{2}$ $= 15 \cdot \frac{-53,2}{2} = -26,6 \cdot 15$ $= -399$ <p>Ответ: -399.</p>
13. Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: $-7; -5; -3; \dots$. Найди сумму первых пятидесяти её членов.	С помощью какой формулы можно найти сумму первых пятидесяти ее членов? Чему равно a_1 ? Как найти разность арифметической прогрессии? Подставь найденные значения в формулу. Вычисли.	$a_1 = -7,$ $d = a_{n+1} - a_n = a_2 - a_1 = -5 - (-7) = -5 + 7 = 2$ $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ $S_{50} = 50 \cdot \frac{2(-7) + 2(50-1)}{2}$ $= 50 \cdot \frac{-14+98}{2} = 50 \cdot 42$ $= 2100$ <p>Ответ: 2100.</p>
14. Арифметическая прогрессия задана условиями $a_1 = 0,9, a_{n+1} = a_n + 1,1$. Найди сумму первых 11 её членов.	Как найти разность арифметической прогрессии? Какую из двух формул необходимо применить, чтобы найти S_{10} ?	$a_1 = 0,9,$ $d = a_{n+1} - a_n = 1,1$ $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ $S_{11} = 11 \cdot \frac{2 \cdot 0,9 + 1,1(11-1)}{2}$ $= 11 \cdot \frac{1,8+11}{2} = 11 \cdot 6,4$ $= 70,4$ <p>Ответ: 70,4.</p>

2. Геометрическая прогрессия

Для решения данного задания и его прототипов используется следующий теоретический материал:

Формулировка	Примеры
<p>Числовую последовательность, все члены которой отличны от 0 и каждый член которой, начиная со второго, получается из предыдущего члена умножением его на одно и то же число q, называют геометрической прогрессией. При этом число q называют знаменателем геометрической прогрессии.</p> $b_1 = b, b_{n+1} = b_n \cdot q \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$ <p>(b и q – заданные числа, $b \neq 0, q \neq 0$)</p>	<p>1, 3, 9, 27,</p> $b_1 = 1, q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$ $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{3}{1} = 3$ $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $b_2 = b_1 \cdot 3 = 1 \cdot 3 = 3$ $b_3 = b_2 \cdot 3 = 3 \cdot 3 = 9$ $b_4 = b_3 \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$ $b_5 = b_4 \cdot 3 = 27 \cdot 3 = 81$ <p>.....</p>
<p>Формула n-го члена геометрической прогрессии</p> $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$	<ul style="list-style-type: none"> Известно, что $b_1 = \frac{2}{3}, q = -3$. Найди b_6. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $b_6 = b_1 \cdot q^{6-1} = b_1 \cdot q^5 = \frac{2}{3} \cdot (-3)^5 = -162$ Известно, что $b_1 = 3, q = 2, b_n = 1536$. Найди n. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $1536 = 3 \cdot 2^{n-1}$ $1536 : 3 = 2^{n-1}$ $512 = 2^{n-1}, \text{ так как } 512 = 2^9, \text{ то получаем } n - 1 = 9$ $n = 10$ Известно, что $q = -2, b_7 = -512$. Найди n. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $b_7 = b_1 \cdot q^{7-1} = b_1 \cdot q^6$ $-512 = b_1 \cdot (-2)^6$ $-512 = b_1 \cdot 64$ $b_1 = -512 : 64$ $b_1 = -8$ Известно, что $b_1 = 14, b_7 = \frac{7}{32}$. Найди q.

	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $b_7 = b_1 \cdot q^6$ $\frac{7}{32} = 14 \cdot q^6$ $q^6 = \frac{7}{32} : 14$ $q^6 = \frac{1}{64}, q = \frac{1}{2}$ или $q = -\frac{1}{2}$
Формула суммы n членов конечной геометрической прогрессии $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$	Известно, что $b_1 = 3, q = 2, n = 6$. Найди S_n . $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{3(2^6 - 1)}{2 - 1} = 3 \cdot 63 = 189$.
Характеристическое свойство геометрической прогрессии $b_n^2 = b_{n-1}b_{n+1}$	(Прототип задания) 1. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\dots; 1; x; 9; -27; \dots$ Найди член прогрессии, обозначенный буквой x . 1 способ $b_n^2 = b_{n-1}b_{n+1}$ $x^2 = 1 \cdot 9$ $x^2 = 9$ $x_1 = \sqrt{9} = 3; x_2 = -\sqrt{9} = -3$ Ответ: -3 . 2 способ $q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{-27}{9} = -3$ $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $x = 1 \cdot (-3) = -3$ Ответ: -3 .

Задания для учащихся

Ответ на вопросы	Реши микрзадачи
Дай определение геометрической прогрессии	Является ли заданная последовательность геометрической прогрессией, почему? $2, 4, 8, \dots$ $-1, -1, -1, \dots$
Запиши формулу n -го члена геометрической прогрессии	Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: $3, 6, 12, 24, \dots$ Найди b_1, q, b_5
Дана формула $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$. Что обозначают переменные b_n, b_1, n, q ?	(b_n) – геометрической прогрессия $b_1 = 5; q = 2$. Найди: b_6
Как найти знаменатель геометрической прогрессии?	Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 4,6 \cdot 5n$. Найди b_1, b_4, b_{20} .
Сформулируйте характеристическое свойство геометрической прогрессии.	(Прототип задания) Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\dots; -6; x; -24; -48; \dots$ Найди x .
Дана формула $b_n^2 = b_{n-1}b_{n+1}$. Что обозначает b_{n+1}, b_{n+1} .	
Запиши формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии.	Найди сумму первых 10 членов геометрической прогрессии: $1; 3; 9; \dots$

«Найти пару», соединив их стрелкой

Определение геометрической прогрессии

$$b_n^2 = b_{n-1}b_{n+1}$$

Формула n – го члена геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Характеристическое свойство геометрической прогрессии

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Формула суммы n членов конечной геометрической прогрессии

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

Формула нахождения знаменателя геометрической прогрессии

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

Прототипы задания № 6

Прототипы задания	Вспомогательные вопросы к задачам	Шаблон решения
2. Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 64,5 \cdot (-2)^n$. Найди b_6 .	В формуле $b_n = 64,5 \cdot (-2)^n$, что необходимо подставить вместо n , чтобы найти b_6 ?	$b_n = 64,5 \cdot (-2)^n$ $b_6 = 64,5 \cdot (-2)^6 = 64,5 \cdot (-64) = 4128$ Ответ: 4128.
3. Дана геометрическая прогрессия (b_n), для которой $b_5 = -36$, $b_6 = 216$. Найди знаменатель прогрессии.	По какой формуле найти знаменатель геометрической прогрессии?	$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$ $q = \frac{b_6}{b_5} = \frac{216}{-36} = -6$ Ответ: -6.
4. Геометрическая прогрессия задана условиями $b_1 = -3$, $b_{n+1} = -3 \cdot \frac{1}{b_n}$. Найди b_4 .	Что в формуле $b_{n+1} = -3 \cdot \frac{1}{b_n}$ обозначают b_{n+1} , b_n ? Как найти b_4 ?	$b_1 = -3$, $b_{n+1} = -3 \cdot \frac{1}{b_n}$. Пусть $n = 1$ $b_2 = -3 \cdot \frac{1}{b_1} = -3 \cdot \frac{1}{-3} = 1$ Пусть $n = 2$ $b_3 = -3 \cdot \frac{1}{b_2} = -3 \cdot \frac{1}{1} = -3$ Пусть $n = 3$ $b_4 = -3 \cdot \frac{1}{b_3} = -3 \cdot \frac{1}{-3} = 1$ Пусть $n = 4$ $b_5 = -3 \cdot \frac{1}{b_4} = -3 \cdot \frac{1}{1} = -3$ Ответ: -3.
5. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: 17; 68; 272; ... Найди её четвёртый член.	Какую формулу необходимо применить для нахождения четвертого члена геометрической прогрессии? Чему равно b_1 ? Как найти знаменатель геометрической прогрессии?	$b_1 = 17$, $q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{272}{68} = 16$ $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $b_4 = b_3 \cdot q = 272 \cdot 16 = 4352$ Ответ: 4352.
6. Дана геометрическая прогрессия (b_n), знаменатель которой равен 2, $b_1=16$. Найди b_4 .	Какую формулу необходимо применить для нахождения четвертого члена	$b_1=16$, $q = 2$ $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $b_4 = 16 \cdot 2^{4-1} = 16 \cdot 8 = 128$ Ответ: 128.

	геометрической прогрессии?	
7. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , для которой $b_5 = -14$, $b_8 = 112$. Найди знаменатель прогрессии.	Известно b_n , как найти знаменатель?	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $\begin{cases} -14 = b_1 \cdot q^4 \\ 112 = b_1 \cdot q^7 \end{cases}$ Решим систему, разделив второе уравнение на первое: $\frac{112}{-14} = \frac{b_1 \cdot q^7}{b_1 \cdot q^4}$ $q^3 = -8$ $q = \sqrt[3]{-8}$ $q = -2$ Ответ: -2 .
8. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 75, а сумма второго и третьего членов равна 150. Найди первые три члена этой прогрессии.	Как задается геометрическая прогрессия? С помощью какой формулы выразить второй и третий член прогрессии через b_1 и q ?	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ 1) $b_1 + b_2 = 75$ $b_1 + b_1 q = 75$ $b_1(1 + q) = 75$ 2) $b_2 + b_3 = 150$ $b_1 q + b_1 q^2 = 150$ $b_1 q(1 + q) = 150$ Подставляем из п. 1) $75q = 150$ $q = 2$, тогда $b_1(1 + 2) = 75$ $3b_1 = 75$ $b_1 = 25$ $b_2 = 25 \cdot 2 = 50$ $b_3 = 50 \cdot 2 = 100$ Ответ: $b_1 = 25$, $b_2 = 50$ $b_3 = 100$.
9. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 5, $b_1 = \frac{2}{5}$. Найди сумму первых 6 её членов.	Какую формулу необходимо применить для нахождения суммы первых 6 членов геометрической прогрессии? Подставь в формулу известные величины.	$b_1 = \frac{2}{5}, q = 5$ 1 способ $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S_6 = \frac{\frac{2}{5}(5^6 - 1)}{5 - 1} = \frac{\frac{2}{5}(15625 - 1)}{4}$ $= \frac{\frac{2}{5} \cdot 15624}{4} = \frac{2}{5} \cdot 3906 =$ $= \frac{2}{5} \cdot 3906 = 1562,4.$ 2 способ $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $b_2 = b_1 \cdot q = \frac{2}{5} \cdot 5 = 2$ $b_3 = 2 \cdot 5 = 10$ $b_4 = 10 \cdot 5 = 50$ $b_5 = 50 \cdot 5 = 250$ $b_6 = 250 \cdot 5 = 1250$ $S_6 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 = \frac{2}{5} + 2 + 10 + 50 + 250 + 1250 = 1562,4$ Ответ: 1562,4.
10. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: -256 ; 128 ; -64 ; ... Найди сумму первых семи её членов.	Чему равно b_1 ? Как найти знаменатель геометрической прогрессии?	$b_1 = -256$ $q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{128}{-256} =$ $= -\frac{1}{2} = -0,5.$

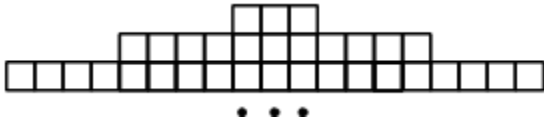
		<p>1 способ</p> $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S_7 = \frac{-256((-0,5)^7 - 1)}{-0,5 - 1}$ $= \frac{-256(-0,0078125 - 1)}{-1,5}$ $= \frac{-256(-1,0078125)}{-1,5}$ $= \frac{258}{-1,5} = -172.$ <p>2 способ</p> $b_1 = -256$ $b_2 = 128$ $b_3 = -64$ $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $b_4 = b_3 \cdot q = -64 \cdot (-0,5) = 32$ $b_5 = 32 \cdot (-0,5) = -16$ $b_6 = -16 \cdot (-0,5) = 8$ $b_7 = 8 \cdot (-0,5) = -4$ $S_6 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 + b_7 = -256 + 128 + (-64) + 32 + (-16) + 8 + (-4) = -172$ <p>Ответ: -172.</p>
<p>11. Геометрическая прогрессия задана условиями $b_1 = -3$, $b_{n+1} = 6 b_n$. Найди сумму первых 4 её членов.</p>	<p>Как найти сумму n членов конечной геометрической прогрессии? Как найти знаменатель данной геометрической прогрессии?</p>	$b_1 = -3$ $q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = 6$ <p>1 способ</p> $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S_4 = \frac{-3(6^4 - 1)}{6 - 1} = \frac{-3(1296 - 1)}{5}$ $= \frac{-3 \cdot 1295}{5} = -3 \cdot 259 = -777.$ <p>2 способ</p> $b_1 = -3$ $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $b_2 = b_1 \cdot q = -3 \cdot 6 = -18$ $b_3 = -18 \cdot 6 = -108$ $b_4 = -108 \cdot 6 = -648$ $S_4 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = -3 + (-18) + (-108) + (-648) = -777$ <p>Ответ: -777.</p>
<p>12. Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 62,5 \cdot 2^n$. Найди сумму первых её 4 членов.</p>	<p>Что можно найти, зная формулу n члена геометрической прогрессии? По какой формуле найти сумму первых 4 членов геометрической прогрессии?</p>	$b_n = 62,5 \cdot 2^n$ $b_1 = 62,5 \cdot 2^1 = 125$ <p>1 способ</p> $b_2 = 62,5 \cdot 2^2 = 250$ $q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{250}{125} = 2$ $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S_4 = \frac{125(2^4 - 1)}{2 - 1} = \frac{125(16 - 1)}{1} = 125 \cdot 15 = 1875.$ <p>2 способ</p> $b_2 = 62,5 \cdot 2^2 = 250$ $b_3 = 62,5 \cdot 2^3 = 500$

		$b_4 = 62,5 \cdot 2^4 = 100$ $S_6 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 =$ $125 + 250 + 500 + 1000 = 1875$ Ответ: 1875.
--	--	--

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

Арифметическая прогрессия

1. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: ...; 12; x; 6; 3; ... Найди x.
2. Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = 1,9 - 0,3n$. Найди сумму первых 15 её членов.
3. Последовательность задана формулой $a_n = \frac{27}{n+1}$. Сколько членов этой последовательности больше 3?
4. В первом ряду кинозала 50 мест, а в каждом следующем на 1 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в седьмом ряду?
5. Фигура составляется из квадратов так, как показано на рисунке: в каждой следующей строке на 8 квадратов больше, чем в предыдущей. Сколько квадратов в 34-й строке?



6. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , разность которой равна 1,6, $a_1 = -1$. Найди a_{11} .
7. Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: -6; -2; 2; ... Найди её шестнадцатый член.
8. Последовательность задана условиями $c_1 = -2$, $c_{n+1} = c_n - 2$. Найди c_{11} .
9. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: -26; -20; -14; ... Найди первый положительный член этой прогрессии.
10. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , в которой $a_3 = 6,9$, $a_{16} = 26,4$. Найди разность прогрессии.
11. Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = 1,9 - 0,3n$. Найди сумму первых 15 её членов.
12. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , разность которой равна -5,8, $a_1 = 1,8$. Найди сумму первых 8 её членов.
13. Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: -6; -3; 0; ... Найди сумму первых сорока её членов.
14. Арифметическая прогрессия задана условиями $a_1 = -1,5$, $a_{n+1} = a_n - 0,1$. Найди сумму первых 19 её членов.

Геометрическая прогрессия

1. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: ...; 100; x; 4; -0,8; ... Найди член прогрессии, обозначенный буквой x.
2. Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = -175 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^n$. Найди b_4 .
3. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , для которой $b_5 = -15$, $b_8 = -405$. Найди знаменатель прогрессии.
4. Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1 = 64$, $b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$. Найди b_7 .
5. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: 18; -54; 162; ... Найди её пятый член.
6. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 3, $b_1 = 71$. Найди b_4 .
7. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , для которой $b_5 = -15$, $b_8 = -405$. Найди знаменатель прогрессии.
8. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 40, а сумма второго и третьего членов равна 120. Найди первые три члена этой прогрессии.
9. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 5, $b_1 = \frac{2}{5}$. Найди сумму первых 5 её членов.
10. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: 1; -5; 25; ... Найди сумму первых пяти её членов.
11. Геометрическая прогрессия задана условиями $b_1 = -7$, $b_{n+1} = 2b_n$. Найди сумму первых 7 её членов.
12. Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = -104 \cdot 3^n$. Найди сумму первых её 4 членов.

Тема 7. Преобразование алгебраических выражений

Задание №7

Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь выполнять преобразования алгебраических выражений.

Проверяемые элементы содержания: алгебраические выражения.

Задание № 7 из демоверсии ОГЭ -2017

Найди значение выражения $9b + \frac{5a - 9b^2}{b}$ при $a = 9$, $b = 36$.

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Понятия, свойства, формулы	Пример
----------------------------	--------

<p>Правила действий с алгебраическими дробями (знаменатели дробей отличны от нуля):</p> <p>1) Основное свойство дроби $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$, $c \neq 0$.</p> <p>2) Сложение и вычитание дробей с разными (одинаковыми) знаменателями $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ ($\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$)</p> <p>3) Умножение дробей $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$</p> <p>4) Деление дробей $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$</p>	
<p>Способы разложения многочлена на множители:</p> <p>1) Вынесение общего множителя за скобки</p> <p>2) Применение формул сокращенного умножения $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$; $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$; $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.</p> <p>3) Группировка</p> <p>4) Разложение квадратного трёхчлена на множители $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где $-x_1$ и x_2 – корни квадратного уравнения</p>	$4a^3 + 6a^2 = 2a^2(2a + 3)$ $9 + 6c + c^2 = (3 + c)^2$; $25 - 20c + 4c^2 = (5 - 2c)^2$; $b^2 - 121c^2 = (b - 11c)(b + 11c)$. $2a^2 + 6a + ab + 3b = (2a^2 + 6a) + (ab + 3b)$ $= 2a(a + 3) + b(a + 3) = (a + 3)(2a + b)$. $2x^2 + 7x - 4 = 2(x + 4)(x - 0,5)$, где $x_1 = -4$, $x_2 = 0,5$.
<p>Правило умножения одночлена на многочлен: чтобы умножить многочлен на одночлен, надо каждый член многочлена умножить на этот одночлен и полученные произведения сложить. Правило умножения многочлена на многочлен: чтобы умножить многочлен на многочлен, надо умножить каждый член одного многочлена поочередно на каждый член другого многочлена и полученные произведения сложить.</p>	$5a(2a^2 - 3ab) = 5a \cdot 2a^2 + 5a \cdot (-3ab) =$ $= 10a^3 - 15a^2b$; $(2x^2 - 5x + 1)(3x - 4) = 2x^2 \cdot 3x + 2x^2 \cdot (-4) +$ $+ (-5x) \cdot 3x + (-5x) \cdot (-4) + 1 \cdot 3x + 1 \cdot (-4) = 6x^3 -$ $- 8x^2 - 15x^2 + 20x + 3x - 4 = 6x^3 - 23x^2 + 23x - 4$

Задания для учащихся

<p>Расскажи, как:</p> <ol style="list-style-type: none"> Сократить дробь. Приведи примеры. Привести алгебраические дроби к общему знаменателю. Выполнить умножение дробей. Приведи примеры. Выполнить деление дробей. Приведи примеры. Умножить одночлен на многочлен. Умножить многочлен на многочлен. 	<p>Закончи предложение или вставь пропущенные слова:</p> <ol style="list-style-type: none"> Чтобы перемножить две дроби, надо перемножить отдельно их _____, отдельно их _____. Чтобы разделить дробь на дробь, надо первую дробь _____ на дробь, _____ второй. Для отыскания общего множителя нескольких одночленов надо найти _____ коэффициентов всех одночленов, а переменную вынести в _____ степени (из имеющихся). Квадрат суммы двух выражений равен _____ первого выражения, _____ удвоенное произведение первого и второго выражений и плюс _____ второго выражения. Квадрат разности двух выражений равен _____ первого выражения, _____ удвоенное произведение первого и второго выражений и _____ квадрат второго выражения. Разность квадратов двух выражения равна _____ разности этих выражений и их суммы.
--	--

Прототипы задания № 7

Задача	Вспомогательные вопросы, указания	Решение
<p>1. Найди значение выражения</p> $(x - 5)^2 - x(10 + x)$ при $x = -\frac{1}{20}$	<ol style="list-style-type: none"> Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его? Какие приемы упрощения выражения возможно применить? 	<p>Упрости выражение, а затем подставь значение переменной:</p> $(x - 5)^2 - x(10 + x) =$ $= x^2 - 10x + 25 - 10x - x^2 =$ $= 25 - 20x = 25 - 20 \cdot \left(-\frac{1}{20}\right) =$ $= 25 + 1 = 26$.
<p>2. Найди значение выражения</p> $(6b - 8)(8b + 6) -$ $- 8b(6b + 8)$ при $b = 1,6$	<ol style="list-style-type: none"> Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его? Как умножить многочлен на многочлен? Как умножить одночлен на многочлен? 	<p>Упрости выражение, а затем подставь значение переменной:</p> $(6b - 8)(8b + 6) - 8b(6b + 8) =$ $= 48b^2 + 36b - 64b - 48 - 48b^2 - 64b =$ $= -92b - 48 = -92 \cdot 1,6 - 48 =$ $= -147,2 - 48 = -195,2$.

<p>3. Найди значение выражения</p> $-12ab - 2(-3a + b)^2$ <p>при $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$</p>	<p>1. Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его?</p> <p>2. Какие приемы упрощения выражения возможно применить?</p>	<p>Упрости выражение, а затем подставь значения переменных:</p> $\begin{aligned} -12ab - 2(-3a + b)^2 &= -12ab - 2(b - 3a)^2 = \\ &= -12ab - 2(b^2 - 6ab + 9a^2) = \\ &= -12ab - 2b^2 + 12ab - 18a^2 = \\ &= -2b^2 - 18a^2 = -2(\sqrt{5})^2 - 18(\sqrt{3})^2 = \\ &= -2 \cdot 5 - 18 \cdot 3 = -10 - 54 = -64. \end{aligned}$
<p>4. Найди значение выражения</p> $\frac{a^2 - 81}{2a^2 - 18a}$ <p>при $a = 1,5$</p>	<p>1. Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его?</p> <p>2. Какие способы разложения на множители можно применить в числителе, в знаменателе?</p>	<p>Сократи дробь, предварительно разложив на множители её числитель и знаменатель, а затем подставь значение переменной:</p> $\frac{a^2 - 81}{2a^2 - 18a} = \frac{(a-9)(a+9)}{2a(a-9)} = \frac{a+9}{2a} = \frac{1,5+9}{2 \cdot 1,5} = \frac{10,5}{3} = 3,5.$
<p>5. Найди значение выражения</p> $\frac{xy + y^2}{32x} \cdot \frac{8x}{x + y}$ <p>при $x = -7$, $y = 6,8$</p>	<p>1. Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его?</p> <p>2. Как выполняется умножение дробей?</p>	<p>Выполни умножение дробей, предварительно разложив на множители числитель первой дроби, сократи получившуюся дробь, а затем подставь значения переменных:</p> $\frac{xy + y^2}{32x} \cdot \frac{8x}{x + y} = \frac{y(x+y) \cdot 8x}{32x \cdot (x+y)} = \frac{y}{4} = \frac{6,8}{4} = 1,7.$
<p>6. Найди значение выражения</p> $\frac{a-7x}{a} : \frac{ax-7x^2}{a^2}$ <p>при $a = -6$, $x = 10$</p>	<p>1. Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его?</p> <p>2. Как выполняется деление дробей?</p>	<p>Выполни деление дробей, предварительно разложив на множители числитель второй дроби, сократи получившуюся дробь, а затем подставь значения переменных:</p> $\frac{a-7x}{a} : \frac{ax-7x^2}{a^2} = \frac{(a-7x) \cdot a^2}{a \cdot x(a-7x)} = \frac{a}{x} = \frac{-6}{10} = -0,6.$
<p>7. Найди значение выражения</p> $9b + \frac{5a - 9b^2}{b}$ <p>при $a = 9$, $b = 36$</p>	<p>1. Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его?</p> <p>2. Как выполнить сложение дробей?</p> <p>3. Как привести дроби к общему знаменателю?</p>	<p>Упрости выражение, а затем подставь значения переменных:</p> $9b + \frac{5a - 9b^2}{b} = \frac{9b^2 + 5a - 9b^2}{b} = \frac{5a}{b} = \frac{5 \cdot 9}{36} = \frac{5}{4} = 1,25.$
<p>8. Найди значение выражения</p> $\frac{5}{x} - \frac{8}{5x}$ <p>при $x = -2$</p>	<p>1. Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его?</p> <p>2. Как выполнить вычитание дробей?</p> <p>3. Как привести дроби к общему знаменателю?</p>	<p>Упрости выражение, а затем подставь значение переменной:</p> $\frac{5}{x} - \frac{8}{5x} = \frac{25 - 8}{5x} = \frac{17}{5x} = \frac{17}{5 \cdot (-2)} = -\frac{17}{10} = -1,7.$
<p>9. Найди значение выражения</p> $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{4}$ <p>при $a = 7,7$</p>	<p>1. Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его?</p> <p>2. Как выполнить сложение дробей?</p> <p>3. Как привести дроби к общему знаменателю?</p> <p>4. Как выполняется умножение дробей?</p>	<p>Упрости выражение, а затем подставь значение переменной:</p> $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{7+5}{35a} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{12}{35a} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{3a}{35} = \frac{3 \cdot 7,7}{35} = \frac{23,1}{35} = 0,66.$
<p>10. Найди значение выражения</p> $\frac{16}{4a - a^2} - \frac{4}{a}$ <p>при $a = -12$</p>	<p>1. Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его?</p> <p>2. Как выполнить сложение дробей?</p> <p>3. Как привести дроби к общему знаменателю?</p>	<p>Упрости выражение, а затем подставь значение переменной:</p> $\begin{aligned} \frac{16}{4a - a^2} - \frac{4}{a} &= \frac{16}{a(4 - a)} - \frac{4}{a} = \frac{16 - 4(4 - a)}{a(4 - a)} = \\ &= \frac{16 - 16 + 4a}{a(4 - a)} = \frac{4a}{a(4 - a)} = \frac{4}{4 - a} = \frac{4}{4 - (-12)} = \\ &= \frac{4}{4 + 12} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25. \end{aligned}$

<p>11. Найди значение выражения</p> $(x-3) : \frac{x^2-6x+9}{x+3}$ <p>при $x = -21$</p>	<p>1. Как проще найти значение выражения: подставить значение переменной сразу в данное выражение или сначала упростить его?</p> <p>2. Как выполнить деление дробей?</p> <p>3. Как разложить на множители числитель дроби?</p>	<p>Выполни деление дробей, предварительно разложив на множители числитель второй дроби, сократи получившуюся дробь, а затем подставь значение переменной:</p> $(x-3) : \frac{x^2-6x+9}{x+3} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)^2} = \frac{x+3}{x-3} = \frac{-21+3}{-21-3} = \frac{-18}{-24} = \frac{3}{4} = 0,75.$
--	--	---

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

Найди значение выражения:

1. а) $(6+a)^2 - a(a-3)$ при $a = -\frac{1}{15}$; б) $(y+7)^2 - y(y-6)$ при $y = -\frac{1}{20}$; в) $(a-4)^2 - 2a(5a-4)$ при $a = -\frac{1}{3}$;
2. а) $(2b-4)(4b+2) - 4b(2b+4)$ при $b = -6,4$; б) $(9b-2)(2b+9) - 2b(9b+2)$ при $b = 2,7$;
в) $(8b-8)(8b+8) - 8b(8b+8)$ при $b = 2,6$; г) $(5b-5)(5b+5) - 5b(5b+5)$ при $b = -0,8$;
3. а) $-24ab - (-4+3b)^2$ при $a = \sqrt{7}, b = \sqrt{5}$; б) $20ab - 5(-2a-b)^2$ при $a = \sqrt{6}, b = \sqrt{14}$;
в) $-28ab - 2(a-7b)^2$ при $a = \sqrt{13}, b = \sqrt{3}$; г) $-12ab - 3(2a-b)^2$ при $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}$;
4. а) $\frac{a^2-81}{2a^2+18a}$ при $a = -4,5$; б) $\frac{a^2-16}{5a^2+2a}$ при $a = 0,5$; в) $\frac{a^2-9}{6a^2-18a}$ при $a = -0,3$; г) $\frac{a^2-49}{2a^2-14a}$ при $a = -3,5$;
5. а) $\frac{x^2-xy}{12y} \cdot \frac{4y}{x-y}$ при $x = 7,8, y = 17$; б) $\frac{xy+y^2}{48x} \cdot \frac{6x}{x+y}$ при $x = 1,5, y = -3,2$; в) $\frac{a^2-9b^2}{4a^2} \cdot \frac{a}{4a+12b}$ при $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{18}$
6. а) $\frac{a+x}{a} : \frac{ax+x^2}{a^2}$ при $a = 56, x = 40$; б) $\frac{a-5x}{a} : \frac{ax-5x^2}{a^2}$ при $a = -74, x = -10$;
в) $\frac{x^2-y^2}{y} : \frac{xy+y^2}{y}$ при $x = 1,5, y = 0,3$; г) $\frac{a^2-9b^2}{a^2} : \frac{ab-3b^2}{a}$ при $a = 9, b = 6$.
7. а) $2b + \frac{5a-2b^2}{b}$ при $a = 6, b = -60$; б) $7b + \frac{2a-7b^2}{b}$ при $a = 9, b = 12$; в) $8a - \frac{8a^2-3c}{a}$ при $a = 15, c = 12$;
8. а) $\frac{8}{x} - \frac{9}{5x}$ при $x = 0,4$; б) $\frac{6}{x} - \frac{3}{2x}$ при $x = -1,8$; в) $\frac{1}{6x} - \frac{6x+y}{6xy}$ при $x = \sqrt{48}, y = \frac{1}{4}$.
9. а) $\left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{5a}\right) \cdot \frac{a^2}{4}$ при $a = -2,1$; б) $\left(\frac{1}{4a} + \frac{1}{8a}\right) \cdot \frac{a^2}{2}$ при $a = -7,2$; в) $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{2a}\right) \cdot \frac{a^2}{6}$ при $a = 4,2$.
10. а) $\frac{21}{3a-a^2} - \frac{7}{a}$ при $a = -32$; б) $\frac{42}{7a-a^2} - \frac{6}{a}$ при $a = 2$; в) $\frac{81}{9a-a^2} - \frac{9}{a}$ при $a = -21$.
11. а) $(x-7) : \frac{x^2-14x+49}{x+7}$ при $x = -13$; б) $(x-4) : \frac{x^2-8x+16}{x+4}$ при $x = 36$; в) $(x+9) : \frac{x^2+18x+81}{x-9}$ при $x = -17$.

Тема 8. Решение систем линейных неравенств

Задание № 8

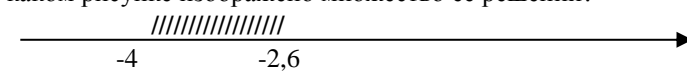

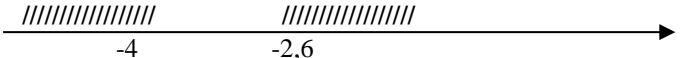
Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь решать линейные и квадратные неравенства с одной переменной и их системы; уметь применять графические представления при решении уравнений, систем, неравенств.

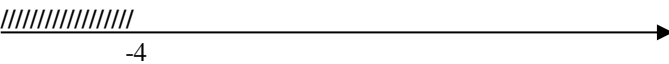
Проверяемые элементы содержания: системы линейных неравенств.

Задание № 8 из демоверсии ОГЭ -2017


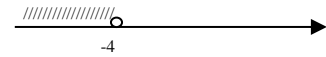
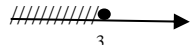
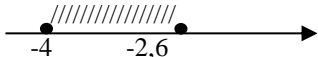
Реши систему неравенств $\begin{cases} x+2,6 \leq 0 \\ x+5 \geq 1 \end{cases}$

На каком рисунке изображено множество ее решений?

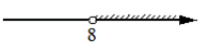
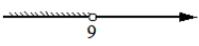
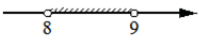
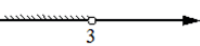
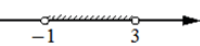
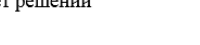
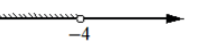
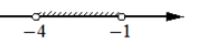
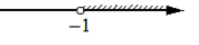
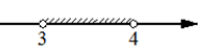
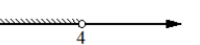
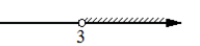
- 1) 
- 2) 
- 3) 

4) 

Для решения данного задания и его прототипов используется следующий теоретический материал:

Понятия, свойства, алгоритм	Примеры
<p>Решить систему неравенств – это найти значения переменной, при котором верно каждое из неравенств системы или доказать, что решений нет.</p>	
<p>Свойства: 1. Если из одной части неравенства перенести в другую слагаемое с противоположным знаком, то получится равносильное неравенство. 2. Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится равносильное неравенство. 3. Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный, то получится равносильное неравенство.</p>	<p>1) $15 + 3x > 0$ 2) $10x + 20 < 5x$ $3x > -15$ $10x - 5x < -20$ $x > -5$ $5x < -20$ $x < -4$</p>   <p>3) $18 - 2x \geq 4x$ (перенос слагаемых) $-4x \geq -18$ $-6x \geq -18$ (раздели на -6, изменив знак неравенства) $x \leq 3$</p> 
<p><u>Алгоритм решения систем неравенств</u> 1) решить каждое неравенство системы; 2) изобразить решение каждого неравенства данной системы на одной числовой прямой. 3) записать решение системы, используя скобки, в случаях, когда решением является отрезок, луч, интервал или полуинтервал (решение может быть записано с помощью простейшего неравенства)</p>	<p>Реши систему неравенств $\begin{cases} x + 2,6 \leq 0 \\ x + 5 \geq 1 \end{cases}$ 1) $x + 2,6 \leq 0$ 2) $x + 5 \geq 1$ $x \leq -2,6$ $x \geq 1 - 5$ $x \geq -4$</p>  <p>Ответ: $[-4; -2,6]$</p>

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

<p>1. Найди наибольшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} 6x + 18 \leq 0 \\ x + 8 \geq 2 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 12 \geq 0 \\ x + 5 \leq 2 \end{cases}$ $\begin{cases} 6x + 18 \leq 0 \\ x + 8 \geq 2 \end{cases}$</p>	<p>Найди наименьшее значение x, удовлетворяющее системе неравенств $\begin{cases} 8x + 16 \leq 0 \\ x + 7 \geq 2 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + 12 \geq 0 \\ x + 3 \leq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x + 15 \leq 0 \\ x + 5 \geq 1 \end{cases}$</p>
<p>2. Укажи решение системы неравенств $\begin{cases} x > 8 \\ 9 - x > 0 \end{cases}$</p> <p>1) </p> <p>2) </p> <p>3) </p> <p>4) нет решений</p>	<p>Укажи решение системы неравенств $\begin{cases} x > -1 \\ 3 - x > 0 \end{cases}$</p> <p>1) </p> <p>2) </p> <p>3) нет решений</p> <p>4) </p>
<p>Укажи решение системы неравенств $\begin{cases} x > -1 \\ -4 - x > 0 \end{cases}$</p> <p>1) </p> <p>2) </p> <p>3) </p> <p>4) нет решений</p>	<p>Укажи решение системы неравенств $\begin{cases} -9 + 3x > 0 \\ 2 - 3x > -10 \end{cases}$</p> <p>1) нет решений</p> <p>2) </p> <p>3) </p> <p>4) </p>
<p>3. На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств</p>	<p>На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств</p>

$\begin{cases} x < 3 \\ 4 - x < 0 \end{cases}$ <p>1) </p> <p>2) система не имеет решений</p> <p>3) </p> <p>4) </p>	$\begin{cases} x < -1 \\ -4 - x > 0 \end{cases}$ <p>1) </p> <p>2) </p> <p>3) </p> <p>4) </p>
--	--

Глава II. Модуль «Геометрия»

Тема 1. Нахождение углов

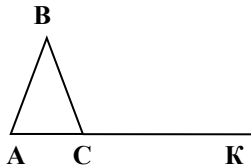
Задание № 9

Основные проверяемые требования к математической подготовке: умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (углов); уметь распознавать геометрические фигуры на плоскости, различать их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи.

Проверяемые элементы содержания: угол; прямой угол; острые и тупые углы; внешний угол; вертикальные и смежные углы; биссектриса угла и её свойства; высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника; точки пересечения серединных перпендикуляров, биссектрис, медиан, высот или их продолжений

Задание № 9 из демоверсии ОГЭ -2017

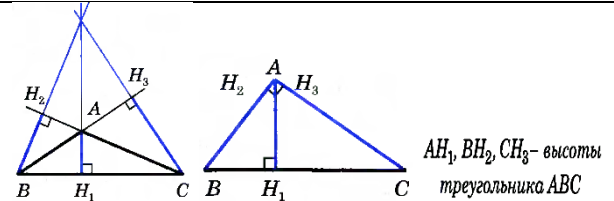
В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 120° . Найдите величину угла BAC. Ответ дайте в градусах.



Для решения данного задания и его прототипов используется следующий **теоретический материал:**

Формулировка	Геометрическая интерпретация
<p>Равнобедренный треугольник - это треугольник, у которого <u>две</u> стороны равны.</p> <p>Две равные стороны называются боковыми, а третья - основанием.</p> <p>В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.</p>	<p>Углы A и B равны.</p>
<p>Смежные углы - это два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжением одна другой.</p> <p>Сумма смежных углов равна 180°.</p>	<p>$\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC = 180^\circ$</p>
<p>Внешний угол треугольника - это угол, смежный с каким-нибудь углом треугольника.</p>	<p>На рисунке углы 1,2,3 - углы треугольника.</p> <p>$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$</p> <p>$\angle 4$ - внешний. $\angle 3$ и $\angle 4$ - смежные</p>
<p>Биссектриса угла - это луч, выходящий из вершины и делящий его на два равных угла.</p> <p>Биссектриса треугольника - это отрезок биссектрисы угла треугольника, который соединяет вершину треугольника с его противоположной стороной.</p>	<p>$\angle hl = \angle lk$ Луч l - биссектриса угла hk</p> <p>AA_1 - биссектриса треугольника ABC</p>

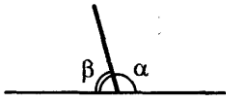
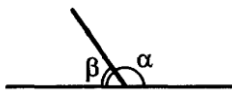
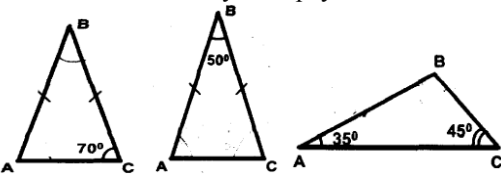
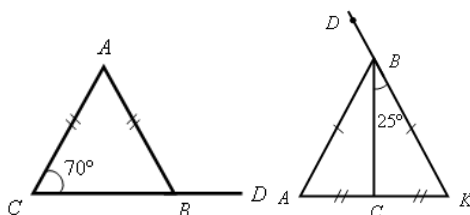
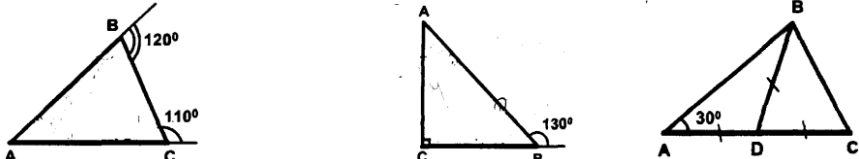
Высота треугольника – это перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника на противоположную сторону или к прямой, ее содержащую.



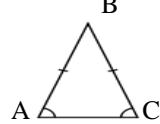
Задания для учащихся

Закончи предложение	Реши микрозадачи в текстовой форме
<ol style="list-style-type: none"> Внешний и внутренний углы треугольника при одной вершине являются ... углами Сумма внутреннего и внешнего углов треугольника при одной вершине равна ... градусов В равнобедренном треугольнике углы при основании ... Сумма углов треугольника равна ... градусов. Треугольник, у которого ... называется равнобедренным. У равнобедренного треугольника углы ... Угол, смежный с внутренним углом треугольника называется ... Сумма углов треугольника равна... Биссектриса угла делит ... Высота треугольника – это... У равностороннего треугольника все ... Если угол равен 70°, то смежный с ним угол равен... Смежные углы – это 2 угла ... Сумма смежных углов равна ... 	<ol style="list-style-type: none"> Если один из смежных углов равен 20°, то второй равен ... Если один угол при основании равнобедренного треугольника равен 55°, то второй угол при основании ... Если угол при основании равнобедренного треугольника равен 47°, то чтобы найти угол, лежащий против основания, надо ... Если внешний угол треугольника равен 33°, то внутренний, смежный с данным, равен ...

Работа на готовых чертежах.

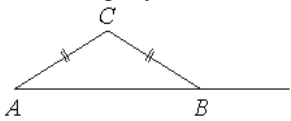
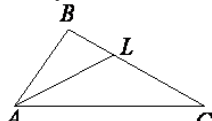
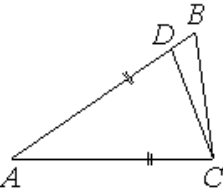
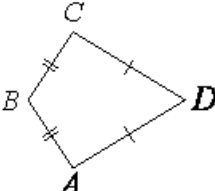
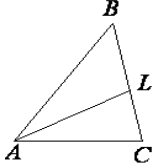
Смежные углы	
1. Угол $\alpha = 127^\circ$. Найти угол β . 	2. Угол $\beta = 39^\circ$. Найти угол α . 
Равнобедренный треугольник и его свойства	
Найти неизвестные углы треугольника 	Найти $\angle DBA$. 
Найти неизвестные углы треугольника 	

Прототипы заданий № 9

Прототипы заданий №9 (вычисление углов треугольника)	Сделай рисунок к задаче и ответь на вспомогательные вопросы к каждому этим задачам	Решение задач (образец)
1. В треугольнике ABC угол при вершине A равен 55° , $AB=BC$. Найти угол при вершине B. Ответ дай в градусах.	- Как называется треугольник, у которого две стороны равны? - Каким свойством обладают углы при основании равнобедренного треугольника?	

	<p>- Применяя теорему о сумме углов треугольника, как найти угол В? Запиши ответ.</p>	<p>Решение. 1. Треугольник ABC-равнобедренный, значит $\angle A = \angle C = 55^\circ$. Т.к. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ то $\angle B = 180(55+55) = 70^\circ$ ответ: 70</p>
<p>2. В треугольнике ABC внешний угол при вершине А равен 123°, а внешний угол при вершине В равен 63°. Найди угол С треугольника ABC. Ответ дай в градусах.</p>	<p>- Какой угол называется внешним углом треугольника? - Как называются внешний и внутренний углы треугольника при одной вершине? Каким свойством они обладают? Чему равна сумма углов треугольника? Как найти угол С?</p>	<p>Решение. 1. Внешний угол и угол треугольника при одной вершине – смежные, их сумма 180°. Значит, $\angle A = 180 - 123 = 57^\circ$ $\angle B = 180 - 63 = 117^\circ$. Сумма углов треугольника ABC равна 180°, значит $\angle C = 180 - 57 - 117 = 180 - 174 = 4$ Ответ: 4</p>
<p>3. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, $AL = LB$, а угол В равен 23°. Найдите угол С. Ответ дайте в градусах</p>	<p>- Что называется биссектрисой угла треугольника? - Как называется треугольник с двумя равными сторонами? - Каким свойством обладают углы при основании равнобедренного треугольника? - Если известна половина угла, как найти весь угол А в $\triangle ABC$? Чему равна сумма углов треугольника? Как найти $\angle C$?</p>	<p>Сделай рисунок к задаче и ответь на вспомогательные вопросы к каждой из задач № 3- 5</p>
<p>4. В треугольнике ABC внешний угол при вершине В равен 66°, $AB = BC$. Найди угол А треугольника ABC. Ответ дай в градусах.</p>	<p>- Какой угол называется внешним углом треугольника? - Как называются внешний и внутренний углы треугольника при одной вершине? Каким свойством они обладают? - Как называется треугольник с двумя равными сторонами? Какое свойство углов при основании треугольника? Как вычислить угол при основании, применяя сумму углов треугольника?</p>	
<p>5. В треугольнике ABC проведена высота СН, угол С делится высотой СН на два угла, градусные величины которых равны 55° и 66°. Найди наименьший из двух оставшихся углов треугольника ABC. Ответ дай в градусах.</p>	<p>- Что называется высотой треугольника? - Под каким углом к стороне проходит высота треугольника? - Применяя сумму углов треугольника, найди углы А и В и выбери меньший из них.</p>	
<p>6. Точка D на стороне АВ треугольника ABC выбрана так, что $AD = AC$. Известно, что $\angle CAB = 10^\circ$, а $\angle ACB = 166^\circ$. Найди угол DCB. Ответ дайте в градусах.</p>	<p>- Как называется треугольник с двумя равными сторонами? Какое свойство углов в этом треугольнике? - Если известен угол при вершине равнобедренного треугольника, как найти углы при основании?</p>	

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

<p>1. В треугольнике ABC известно, что $AC=BC$. Внешний угол при вершине B равен 146°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>2. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, угол ALC равен 148°, угол ABC равен 132°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>3. Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD=AC$. Известно, что угол $CAB=80^\circ$ и угол $ACB=59^\circ$. Найдите угол DCB. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>4. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ известно, что $AB=BC$, $AD=CD$, угол $B=100^\circ$, угол $D=104^\circ$. Найдите угол A. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>5. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, угол ALC равен 37°, угол ABC равен 25°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>6. В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, угол $ABC=108^\circ$. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.</p>

Тема 2. Окружность, круг и их элементы

Задание № 10

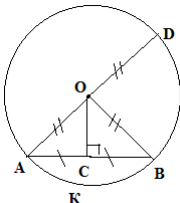
Основные проверяемые требования к математической подготовке: умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин; уметь распознавать геометрические фигуры на плоскости, различать их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи.

Проверяемые элементы содержания: центральный, вписанный угол; величина вписанного угла; взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей; касательная и секущая к окружности; равенство отрезков касательных, проведённых из одной точки; окружность, вписанная в треугольник; окружность, описанная около треугольника; вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.

Задание №10 из демоверсии ОГЭ – 2017

Найдите длину хорды окружности радиусом 13 см, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5 см. Ответ дайте в см.

Для решения данного задания и его прототипов используется следующий теоретический материал:

Окружность и её элементы.	
Формулировка	Геометрическая интерпретация
<p>Окружность - фигура, состоящая из всех точек плоскости, находящихся от данной точки на данном расстоянии.</p> <p>Отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности — радиус.</p> <p>Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется её хордой.</p> <p>Хорда, проходящая через центр окружности - диаметр.</p> <p>Любые две точки окружности <i>делят её на две части</i>. Каждая из этих частей называется дугой окружности.</p> <p>Дуга называется полуокружностью, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром.</p> <p>Длина дуги пропорциональна величине центрального угла, который на нее опирается.</p>	<p>т.О – центр окружности, $AO=BO=R$- радиус , АВ- хорда, АД-диаметр, С-середина хорды АВ, $AC=BC$, $OC \perp AB$, АКВ-малая дуга, АDB – большая дуга, ABD – полуокружность.</p> 

--	--

Окружность и касательная, хорда, секущая.

Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется **касательной** к окружности, а их общая точка - **точкой касания прямой** и окружности.

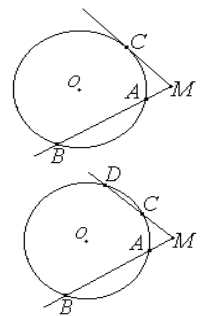
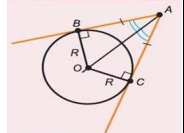
Свойства касательной:

- касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания;
- отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

Теорема о касательной и секущей: если из точки, лежащей вне окружности, проведены касательная и секущая, то квадрат длины касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть.

Теорема о секущих: если из точки, лежащей вне окружности, проведены две секущие, то произведение одной секущей на её внешнюю часть равно произведению другой секущей на её внешнюю часть.

AB и AC – касательные, точки B и C – точки касания.
 $OB \perp AB, OC \perp AC$;
 $\angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$.
 $AB = AC$.
 AO – биссектриса угла BAC
 $MC^2 = MA \cdot MB$.
 $MA \cdot MB = MC \cdot MD$



Свойства хорд:

- Диаметр (радиус), перпендикулярный к хорде, делит эту хорду и обе стягиваемые ею дуги пополам. Если диаметр (радиус) делит пополам хорду, то он перпендикулярен этой хорде. (рис.1)
- Дуги, заключенные между параллельными хордами, равны. (рис.2)
- Если две хорды окружности AB и CD пересекаются в точке M, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды:
 $AM \cdot MB = CM \cdot MD$. (рис.3)

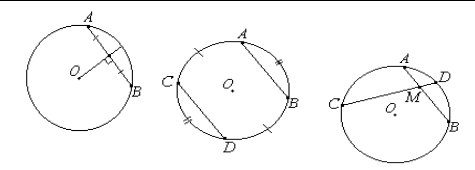


Рис.1 Рис.2 Рис.3

Окружность и углы

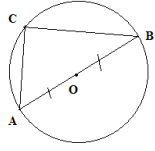
Центральным углом в окружности называется угол с вершиной в центре окружности.
 Центральный угол — угол между двумя радиусами.
 Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают эту окружность - **вписанный угол**.

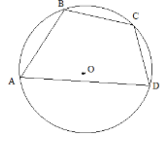
Свойства углов, связанных с окружностью:

- Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, или половине соответствующего ему центрального угла.
- Углы, *вписанные* в одну окружность и опирающиеся на одну и ту же хорду, *равны или их сумма равна 180°*.
- Вписанный угол, опирающийся на *диаметр*, равен 90°. Если вписанный угол равен 90°, то он опирается на диаметр.
- Угол, образованный *касательной* к окружности и *секущей*, проведенной через точку касания, равен половине дуги, заключенной между его сторонами.

<p>центральный</p> <p>1) $\angle AOB = 2\angle ADB$; $\angle ADB = \frac{1}{2}\angle AOB$.</p>	<p>вписанный</p> <p>2) AB - общая хорда, $\angle ACB = \angle AMB = \angle APB$ $\angle ACB + \angle AKB = 180^\circ$</p> <p>3) AB - диаметр, $\angle ACB = \angle AMB = \angle APB = 90^\circ$</p> <p>4)</p>
---	--

Окружность и треугольник

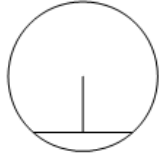
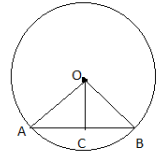
<p>Центр описанной окружности — точка пересечения серединных перпендикуляров.</p> <p>Центр описанной около <i>прямоугольного</i> треугольника окружности лежит на середине <i>гипотенузы</i>.</p> <p>Гипотенуза прямоугольного треугольника является диаметром описанной около треугольника окружности.</p> <p>Центр описанной и вписанной окружностей треугольника совпадают только в том случае, когда этот треугольник — <i>правильный</i>.</p>	<p>$\triangle ABC$- прямоугольный, $\angle ACB = 90^\circ$, AB-гипотенуза; AB-диаметр, т.О – середина, $AO = OB$</p> 
--	--

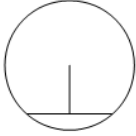
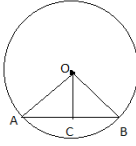
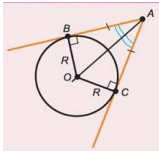
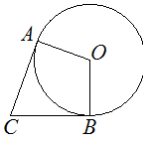
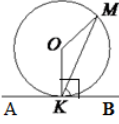
<p>Окружность и четырехугольники</p> <p>Около выпуклого четырехугольника можно <i>описать окружность</i> тогда и только тогда, когда <i>сумма его внутренних противоположных углов равна 180°</i>.</p> <p>Около параллелограмма можно <i>описать окружность</i> тогда и только тогда, когда он является <i>прямоугольником</i>.</p> <p>Около <i>трапеции</i> можно <i>описать окружность</i> тогда и только тогда, когда эта трапеция — <i>равнобедренная</i>.</p>	<p>$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$</p> 
---	---

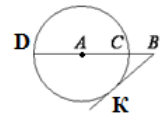
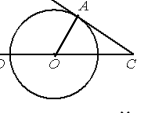
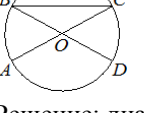
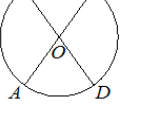
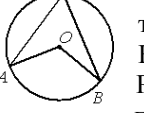
Задания для учащихся

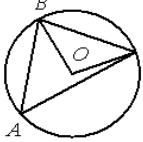
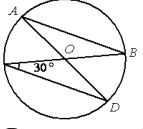
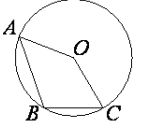
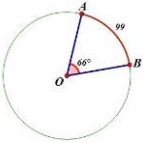
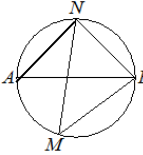
<p align="center">Ответ на вопросы</p>	<p align="center">Закончи предложение</p>
<ol style="list-style-type: none"> Какая фигура называется окружностью? Назови элементы окружности, дайте им определение. Сформулируй свойство отрезка радиуса, перпендикулярного хорде. Какая прямая называется касательной к окружности? Какими свойствами обладает касательная? Сформулируй теорему о касательной и секущей, проведенных из точки, лежащей вне окружности. Каким свойством обладают секущие, проведенные из точки, лежащей вне окружности? Сформулируй свойства хорд. Какой угол называется вписанным в окружность? Какой угол называется центральным в окружности? Как найти вписанный угол, если известен центральный? Каким свойством обладают вписанные углы, опирающиеся на одну дугу? Каким свойством обладают вписанные углы, опирающиеся на диаметр? Чем является гипотенуза прямоугольного треугольника, около которого описана окружность? Где лежит центр описанной около прямоугольного треугольника окружности? Около какого четырехугольника можно описать окружность? 	<ol style="list-style-type: none"> _____ - фигура, состоящая из всех _____ плоскости, находящихся от данной _____ на данном расстоянии. Отрезок, соединяющий _____ с какой-либо точкой окружности, называется _____. Отрезок, соединяющий две точки _____, называется _____. Хорда, проходящая через _____ окружности, называется _____. Диаметр (радиус), _____ к хорде, делит _____ и обе стягиваемые ею дуги _____. Угол, вершина которого лежит на _____, а стороны пересекают эту _____, называется _____. Вписанный угол равен _____ центрального угла. _____ углы, опирающиеся на одну и ту же _____, равны между собой. _____ углы, опирающиеся на диаметр равны _____. Центральный угол — угол между двумя _____. Центр _____ около _____ треугольника окружности лежит на середине _____. Около выпуклого четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда _____ его внутренних _____ углов равна _____.

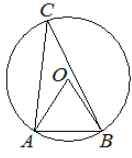
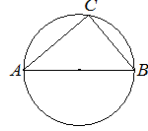
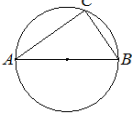
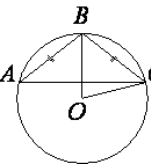
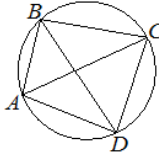
Протоипы задания № 10

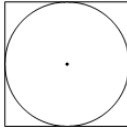
<p align="center">Задача</p>	<p align="center">Вспомогательные вопросы</p>	<p align="center">Решение</p>
<p>I. 1. Найди длину хорды окружности радиусом 13 см, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5 см.</p> <p>Ответ дай в см.</p> 	<ol style="list-style-type: none"> Какие элементы окружности не отмечены на рисунке? Какую фигуру получили, после дополнительных построений? Чем для окружности является расстояние от её центра до хорды? На какие отрезки делит хорду перпендикуляр? Элементами каких треугольников они являются? С помощью какой теоремы можно найти стороны прямоугольного треугольника? Как найти хорду, зная её половину? 	<p>Дано: окружность, $r = 13$ см; AB - хорда, $OC \perp AB$, $OC = 5$ см. Найти: AB.</p> <p>Решение: проведи радиусы AO и OB. По условию задачи $AO = 13$ см, $OC = 5$ см; $OC \perp AB$, AB – хорда, OC – часть радиуса, значит $AC = CB$. Рассмотрим $\triangle AOC$, $\angle ACO = 90^\circ$, по теореме Пифагора $AO^2 = AC^2 + OC^2$. Отсюда $AC^2 = AO^2 - OC^2$, $AC^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$, $AC = \sqrt{144} = 12$ см. Тогда $AB = 12 \cdot 2 = 24$ см.</p> <p align="right">Ответ: 24 см.</p> 

	<p>2. Длина хорды окружности равна 48, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 70. Найди диаметр окружности.</p> 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Какие элементы окружности не отмечены на рисунке? 2. Какую фигуру получили, после дополнительных построений? 3. Чем для окружности является расстояние от её центра до хорды? 4. На какие отрезки делит хорду перпендикуляр? 5. Элементами каких треугольников они являются? 6. С помощью какой теоремы можно найти стороны прямоугольного треугольника? 7. Как найти диаметр окружности, зная радиус? 	 <p>Дано: окружность, $AB = 48$, $OC \perp AB$, $OC = 70$. Найти: d. Решение: проведи радиусы AO и OB. По условию задачи: $AB = 48$, $OC = 70$, $OC \perp AB$, AB – хорда, OC – часть радиуса, значит $AC = CB$. Тогда $AC = 48 : 2 = 24$ см. Рассмотрим $\triangle AOC$, $\angle ACO = 90^\circ$, по теореме Пифагора $AO^2 = AC^2 + OC^2$, $AO^2 = 24^2 + 70^2 = 576 + 4900 = 5476$, $AO = \sqrt{5476} = 74$ см. $d = 74 \cdot 2 = 148$ см Ответ: 148 см.</p>
<p>II.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O. Найди радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки A до точки O равно 6. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Какой угол образуют радиус и касательная в точке касания? 2. Что можно сказать об отрезках касательных к окружности, проведенных из одной точки? 3. Какие углы составляют эти отрезки с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности? 4. Элементами каких треугольников являются эти углы? 5. Чему равен катет прямоугольного треугольника, противолежащий углу 30°? 6. Каким элементом окружности является этот катет? 	 <p>Дано: окружность, т. O – центр; AB и AC – касательные, $AO = 6$, $\angle BAC = 60^\circ$. Найти: R. Решение: по свойству $\angle ABO = 90^\circ$, т.к. $OB \perp AB$; $AB = AC$; $\angle BAO = \angle AOC$, значит AO – биссектриса $\angle BAC$, $\angle BAO = \angle AOC = 30^\circ$, т.е. $\angle BAO = 60^\circ : 2 = 30^\circ$. В $\triangle ABO$, $\angle ABO = 90^\circ$ и $\angle BAO = 30^\circ$, т.к. катет, противолежащий углу 30° равен половине гипотенузы, то $R = OB = AO : 2$, $R = 6 : 2 = 3$. Ответ: 3.</p>
	<ol style="list-style-type: none"> 2. В угол C величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B, точка O – центр окружности. Найди угол AOB. Ответ дай в градусах. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Чем являются стороны угла для окружности? 2. Какой угол образуют радиусы окружности со сторонами угла в точках касания? 3. Какую фигуру образуют стороны угла и радиусы окружности? 4. Чему равна сумма углов четырехугольника? 5. Как найти неизвестный угол четырехугольника, зная три других? 	 <p>Дано: $\angle C = 83^\circ$, вписана окружность с центром в т. O, точки A и B – точки касания. Найти: $\angle AOB$. Решение: AC и BC – касательные, $\angle OBC = \angle OAC = 90^\circ$, так как касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания. $\angle AOC = 83^\circ$. В четырехугольнике $OBCA$ сумма углов равна 360°. $\angle AOB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 83^\circ = 97^\circ$. Ответ: 97°.</p>
	<ol style="list-style-type: none"> 3. Прямая касается окружности в точке K. Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 83°. Найди величину угла OMK. Ответ дай в градусах. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Чему равен угол между хордой и касательной к окружности, проведённой из конца хорды? 2. Как найти центральный угол окружности? 3. Как называется треугольник, углом которого является центральный угол? 4. Как найти угол при основании равнобедренного треугольника? 	 <p>Дано: окружность с центром в т. O, касательная AB, т. K – точка касания, $\angle MKB = 83^\circ$. Найти: $\angle OMK$. Решение: т.к. $\angle MKB = \frac{1}{2} \angle MOK$, то $\angle MOK = 2 \angle MKB = 83^\circ \cdot 2 = 166^\circ$. $\triangle MOK$ – равнобедренный, $OK = OM$ – радиусы. По свойству $\angle OMK = \angle OKM = (180^\circ - 166^\circ) : 2 = 7^\circ$. Ответ: 7°.</p>

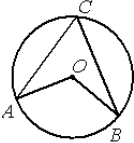
<p>4. На отрезке АВ выбрана точка С так, что $AC=75$ и $BC=10$. Построена окружность с центром А, проходящая через С. Найди длину отрезка касательной, проведённой из точки В к этой окружности.</p>	<p>1. Чем являются прямые ВD и ВК для окружности? 2. Как найти длину касательной, если она проведена с секущей из одной точки, лежащей вне окружности? 3. Чему равна длина отрезка, состоящего из частей?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т.А, т.С ∈ окружности и отрезку АВ, $AC=75$ и $BC=10$; касательная ВК, т.К – точка касания.</p> <p>Найти: ВК.</p> <p>Решение: из т. В проведены касательная ВК и секущая ВD, по теореме о касательной и секущей: $BK^2=BC \cdot BD$; $BD=BC + CD$, $CD=2AC$ – диаметр, $CD = 2 \cdot 75 = 150$, $BD=10+150=160$, $BK^2=10 \cdot 160 = 1600$, $BK = \sqrt{1600}=40$. Ответ: 40.</p>
<p>III. 1. Найди угол АСО, если его сторона СА касается окружности, О — центр окружности, а дуга АD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 110°.</p>	<p>1. Сколько градусов составляет угол между касательной и радиусом, проведённым в точку касания? 2. Чему равен центральный угол окружности? 3. Чему равен внешний угол треугольника?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т.О, СА-касательная, $\widehat{AD}=110^\circ$.</p> <p>Найти: $\angle ACO$.</p> <p>Решение: угол между касательной и радиусом, проведённым в точку касания, прямой: $\angle OAC=90^\circ$. Центральный $\angle DOA$ равен угловой величине дуги, на которую он опирается, т.е. $\angle DOA=\widehat{AD}=110^\circ$. Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним, $\angle DOA=\angle OAC+\angle ACO$, $\angle ACO=110^\circ-90^\circ=20^\circ$. Ответ: 20.</p>
<p>2. В окружности с центром в точке О отрезки АС и ВD — диаметры. Угол АOD равен 124°. Найди угол АСВ. Ответ дай в градусах.</p>	<p>1. Чему равна градусная мера дуги, на которую опирается диаметр окружности? 2. На какую дугу опирается неизвестный угол? 3. Частью какой полуокружности она является? 4. Как найти градусную меру части полуокружности? 5. Как найти вписанный угол?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т.О, АС и ВD – диаметры, $\angle AOD=124^\circ$.</p> <p>Найти: $\angle ACB$.</p> <p>Решение: диаметр ВD опирается на полуокружность $\widehat{BAD}=180^\circ$. $\widehat{BA}=\widehat{BAD}-\widehat{AD}=180^\circ-\angle AOD=180^\circ-124^\circ=56^\circ$. Вписанный $\angle ACB$ равен половине угловой величины дуги, на которую опирается. $\angle ACB=0,5 \cdot \widehat{BA}=0,5 \cdot 56^\circ=28^\circ$. Ответ: 28.</p>
<p>3. Отрезки АС и ВD — диаметры окружности с центром в точке О. Угол АСВ равен 54°. Найди угол АOD. Ответ дайте в градусах.</p>	<p>1. Чему равна градусная мера дуги, на которую опирается диаметр окружности? 2. На какую дугу опирается известный угол? 3. Как найти градусную меру дуги, на которую опирается этот угол? 3. Частью какой полуокружности она является? 4. Как найти градусную меру части полуокружности? 5. Чему равна градусная мера центрального угла, который опирается на эту часть полуокружности?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т.О, АС и ВD – диаметры, $\angle ACB=54^\circ$.</p> <p>Найти: $\angle AOD$.</p> <p>Решение: диаметр ВD опирается на полуокружность $\widehat{BAD}=180^\circ$. Вписанный $\angle ACB$ равен половине угловой величины дуги, на которую опирается, значит $\widehat{BA}=2 \cdot 54^\circ=108^\circ$. $\widehat{BAD}=\widehat{BA} + \widehat{AD}$; $\widehat{AD} = \widehat{BAD}-\widehat{BA} = 180^\circ-108^\circ=72^\circ$, центральный $\angle AOD=\widehat{AD} = 72^\circ$. Ответ: 72.</p>
<p>4. Точка О – центр окружности, $\angle ACB=62^\circ$ (см. рисунок). Найди величину угла АОВ (в градусах).</p>	<p>1. Чему равен вписанный угол? 2. Как найти центральный угол?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т.О, $\angle ACB=62^\circ$.</p> <p>Найти: $\angle AOB$.</p> <p>Решение: вписанный угол равен половине центрального угла, т.е. $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$, значит $\angle AOB = 2 \angle ACB$; $\angle AOB = 2 \angle ACB$, $\angle AOB = 2 \cdot 62^\circ=124^\circ$. Ответ: 124°.</p>

<p>5. Точка O – центр окружности, $\angle BOC=100^\circ$ (см. рисунок). Найди величину угла BAC (в градусах).</p>	<p>1. Как найти вписанный угол?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т. O, $\angle BOC=100^\circ$ Найти: $\angle BAC$. Решение: вписанный угол равен половине центрального угла, т.е. $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$, значит $\angle BAC = 100^\circ : 2 = 50^\circ$. Ответ: 50°.</p>
<p>6. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC, угол OCD равен 30°. Найди величину угла OAB.</p>	<p>1. Какой вписанный в окружность угол совпадает с углом OCD? 2. На какую хорду он опирается? 3. Какой вписанный угол опирается на эту же хорду? 4. Каким свойством обладают вписанные углы, которые опираются на одну хорду (дугу)?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т. O, AD и BC – диаметры, $\angle OCD=30^\circ$. Найти: $\angle OAB$. Решение: $\angle OCD$ совпадает с вписанным $\angle BCD$, он опирается на хорду BD; на эту же хорду опирается $\angle BAD$, значит $\angle BAD = \angle BCD = 30^\circ$, $\angle BAD = \angle OAB = 30^\circ$ (они совпадают). Ответ: 30°.</p>
<p>7. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC=134^\circ$ и $\angle OAB=75^\circ$. Найди угол BCO. Ответ дайте в градусах.</p>	<p>1. На какую дугу опирается вписанный угол $\angle ABC$? 2. Как найти градусную меру этой дуги? 3. Как найти градусную меру дуги $\overset{\frown}{ABC}$? 4. Какой угол опирается на дугу $\overset{\frown}{ABC}$? 5. Чему равна сумма углов четырехугольника? 6. Как найти неизвестный угол четырехугольника?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т. O, A, B и $C \in$ окружности, $\angle ABC=134^\circ$, $\angle OAB=75^\circ$. Найти: $\angle BCO$. Решение: вписанный $\angle ABC$ опирается на большую дугу $\overset{\frown}{AC}$, значит $\overset{\frown}{AC} = 2 \cdot 134^\circ = 268^\circ$. Тогда центральный $\angle AOC = 360^\circ - 268^\circ = 92^\circ$. Сумма углов четырехугольника равна 360°. Отсюда $\angle BCO = 360^\circ - 134^\circ - 75^\circ - 92^\circ = 59^\circ$. Ответ: 59.</p>
<p>8. На окружности с центром в точке O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB=66^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 99. Найди длину большей дуги AB.</p>	<p>1. Как найти центральный угол, большей дуги, если известна меньшая дуга? 2. Каким отношением связаны длина дуги и величина центрального угла, который на нее опирается. 3. Какого типа задачу надо решить?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т. O, $A, B \in$ окружности, $\angle AOB=66^\circ$. Меньшая $\overset{\frown}{AB}=99$ Найти: большую $\overset{\frown}{AB}$ Решение: центральный угол, который опирается на большую дугу равен $360^\circ - 66^\circ = 294^\circ$. Длина дуги пропорциональна величине центрального угла, который на нее опирается. Пусть длина большей дуги равна X. Составим пропорцию: $66^\circ - 99$ $294^\circ - X$. Отсюда, $X = \frac{294 \cdot 99}{66} = \frac{294 \cdot 3}{2} = 147 \cdot 3 = 441$. Ответ: 441.</p>
<p>9. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N. Известно, что $\angle NBA=41^\circ$. Найди угол NMB. Ответ дайте в градусах.</p>	<p>1. На какую хорду опирается искомый угол? 2. Какой угол опирается на эту же хорду? (Если нужно, построй.) 3. Углом какого треугольника он является? 4. Какова градусная мера вписанного угла, опирающегося на диаметр? 5. Если известен острый угол прямоугольного треугольника, как найти второй острый угол? 6. Каким свойством обладают вписанные углы, которые опираются на одну хорду?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т. O, $M, N \in$ окружности, AB – диаметр, $\angle NBA=41^\circ$. Найти: $\angle NMB$. Решение: вписанный $\angle NMB$ опирается на хорду BN, на эту же хорду опирается вписанный $\angle NAB$. В треугольнике ANB $\angle ANB=90^\circ$, он опирается на диаметр, и $\angle NBA=41^\circ$. Отсюда $\angle NAB=90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$. Следовательно, $\angle NMB = \angle NAB = 49^\circ$. Ответ: 49.</p>

IV.	<p>1. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найди угол ACB, если угол AOB равен 73°. Ответ дай в градусах.</p>	<p>1. На какую хорду опирается искомый угол? 2. Какой угол опирается на эту же хорду? 3. Как найти вписанный угол?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т.О, вписан треугольник ABC, $\angle AOB = 73^\circ$. Найти: $\angle ACB$. Решение: $\angle AOB = 73^\circ$ - центральный, опирающийся на хорду AB; на эту же хорду опирается вписанный $\angle ACB$. Поэтому $\angle ACB = 73^\circ : 2 = 36,5^\circ$. Ответ: $36,5^\circ$.</p>
	<p>2. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найди угол ABC, если угол BAC равен 75°. Ответ дай в градусах.</p>	<p>1. Чем является сторона треугольника, на которой лежит центр описанной окружности? 2. Каким является вписанный угол, который опирается на диаметр? 3. Чему равна сумма углов треугольника? 4. Как найти неизвестный угол треугольника?</p>	 <p>Дано: окружность, описанная около треугольника ABC, её центр лежит на AB; $\angle BAC = 75^\circ$. Найти: $\angle ABC$. Решение: т.к. центр окружности лежит на стороне AB треугольника ABC, значит AB – диаметр окружности. Вписанный $\angle ACB$, который опирается на диаметр равен 90°. Сумма углов треугольника равна 180°. $\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$. Ответ: 15°.</p>
	<p>3. Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 15. Найди BC, если AC=24.</p>	<p>1. Чем является сторона треугольника, на которой лежит центр описанной окружности? 2. Каким является вписанный угол, который опирается на диаметр? 3. Где лежит центр описанной около прямоугольного треугольника окружности? 4. Чем является гипотенуза прямоугольного треугольника, около которого описана окружность? 5. Как найти диаметр, зная радиус? 6. Как найти катет прямоугольного треугольника, если известна гипотенуза и катет?</p>	 <p>Дано: окружность, описанная около треугольника ABC, её центр лежит на AB; $R = 15$, $AC = 24$. Найти: BC. Решение: т.к. центр окружности лежит на стороне AB треугольника ABC, значит AB – диаметр окружности. Вписанный $\angle ACB$, который опирается на диаметр равен 90°. А центр описанной около прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы. Следовательно, гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC является диаметром описанной около треугольника окружности, т.е. $AB = 2R$, $AB = 2 \cdot 15 = 30$. $BC^2 = AB^2 - AC^2$; $BC^2 = 30^2 - 24^2 = 900 - 576 = 324$; $BC = \sqrt{324} = 18$. Ответ: 18.</p>
	<p>4. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 94^\circ$. Найди величину угла BOC. Ответ дай в градусах.</p>	<p>1. На какую хорду опирается искомый угол? 2. Какой угол опирается на эту же хорду? 3. Углом какого треугольника он является? 4. Как найти угол при основании равнобедренного треугольника? 5. Как найти центральный угол окружности?</p>	 <p>Дано: окружность с центром в т.О, описанная около $\triangle ABC$, $AB = BC$, $\angle ABC = 94^\circ$. Найти: $\angle BOC$. Решение: $\angle BOC$ – центральный угол, опирается на хорду BC; на эту же хорду опирается вписанный $\angle BAC$. $\angle BAC$ является углом равнобедренного $\triangle ABC$, значит $\angle BAC = \angle BCA$; $\angle BAC = (180^\circ - 94^\circ) : 2 = 43^\circ$. Вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую он опирается. Следовательно, $\angle BOC = 43^\circ \cdot 2 = 86^\circ$. Ответ: 86°.</p>
V.	<p>1. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 39°, угол CAD равен 55°. Найди угол ABC. Ответ дай в градусах.</p>	<p>1. Из каких частей состоит угол ABC? 2. Чему равна градусная мера угла, который состоит из частей? 3. На какую хорду опирается вписанный $\angle CBD$?</p>	 <p>Дано: четырёхугольник ABCD вписан в окружность, $\angle ABD = 39^\circ$, $\angle CAD = 55^\circ$. Найти: $\angle ABC$. Решение: $\angle ABC$ состоит из двух частей $\angle ABD$ и $\angle CBD$.</p>

	4. Какой вписанный угол опирается на эту же хорду? 5. Каким свойством обладают вписанные углы, которые опираются на одну хорду?	$\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD$; вписанный $\angle CBD$ опирается на хорду CD , на эту же хорду опирается $\angle CAD = 55^\circ$. Значит $\angle CBD = \angle CAD = 55^\circ$. $\angle ABC = 39^\circ + 55^\circ = 94^\circ$. Ответ: 94° .
2. Найди площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.	1. Чему равна площадь квадрата? 2. Чем является диаметр окружности для квадрата? 3. Как найти диаметр?	 Дано: квадрат, описанный около окружности, $R=40$. Найти: S . Решение: площадь квадрата равна квадрату его стороны. Сторона квадрата равна диаметру окружности. $d=2R$, $d=2 \cdot 40 = 80$. $S = 80^2 = 6400$. Ответ: 6400.

Задачи из открытого банка заданий ОГЭ

I.	1.1. Найди длину хорды окружности радиусом 10 см, если расстояние от центра окружности до хорды равно 6 см. Ответ дайте в см. 2.1. Длина хорды окружности равна 88, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 33. Найди диаметр окружности.
II.	1.1. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O . Найди радиус окружности, если угол между касательными равен 60° , а расстояние от точки A до точки O равно 8. 2.1. В угол C величиной 40° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O — центр окружности. Найди угол AOB . Ответ дай в градусах. 3.1. Прямая касается окружности в точке K . Точка O — центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 84° . Найди величину угла OMK . Ответ дай в градусах. 4.1. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC=14$ и $BC=36$. Построена окружность с центром A , проходящая через C . Найди длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.
III.	1.1. Найди угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O — центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 100° . 2.1. В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 88° . Найди угол ACB . Ответ дай в градусах. 3.1. Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром в точке O . Угол ACB равен 23° . Найди угол AOD . Ответ дай в градусах. 4.1. Точка O — центр окружности, $\angle ACB = 65^\circ$ (см. рисунок). Найди величину угла AOB (в градусах). 
	5.1. Точка O — центр окружности, $\angle BOC = 70^\circ$ (см. рисунок). Найди величину угла BAC (в градусах). 6.1. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC , угол OAB равен 25° . Найди величину угла OCD . 7.1. Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 124^\circ$ и $\angle OAB = 64^\circ$. Найди угол BCO . Ответ дай в градусах. 8.1. На окружности с центром в точке O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 140^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 98. Найди длину большей дуги AB . 9.1. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 43^\circ$. Найди угол NMB . Ответ дай в градусах.
IV.	1.1. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найди угол ACB , если угол AOB равен 115° . Ответ дай в градусах. 2.1. Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Найди угол ABC , если угол BAC равен 9° . Ответ дай в градусах. 3.1. Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 20. Найди BC , если $AC=32$. 4.1. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC = 175^\circ$. Найди величину угла BOC . Ответ дай в градусах.

V.	1.1. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 80° , угол CAD равен 34° . Найди угол ABC. Ответ дай в градусах. 2.1. Найди площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 4.
----	---

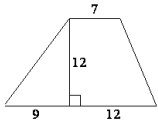
Тема 3. Площади фигур

Задание № 11

Основные проверяемые требования к математической подготовке: умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (площадей)

Проверяемые элементы содержания: площадь и её свойства; площадь прямоугольника; площадь параллелограмма; площадь трапеции; площадь треугольника; площадь круга, площадь сектора.

Задание №11 из демоверсии ОГЭ – 2017



Найди площадь трапеции, изображенной на рисунке.

I. Площадь трапеции

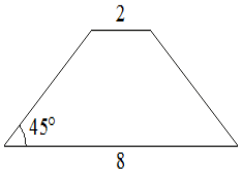
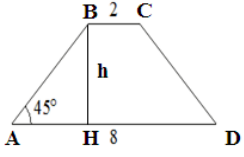
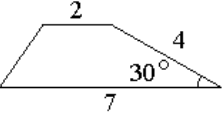
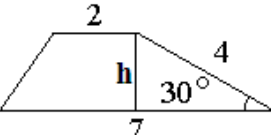
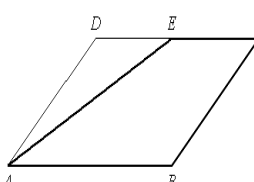
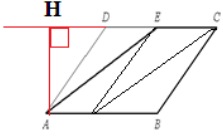
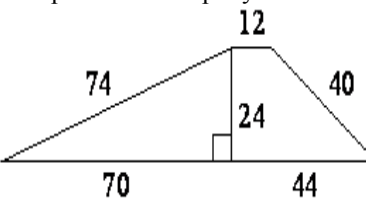
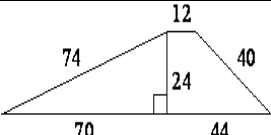
При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Формулировка	Геометрическая интерпретация
Трапеция – это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны.	a и b – основания h – высота
Средняя линия трапеции – это отрезок, соединяющий середины боковых сторон. Средняя линия параллельна основаниям, и равна их полусумме.	$c = (a + b) : 2$
В равнобедренной трапеции углы при основаниях равны.	
Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.	$S = c \cdot h$ $S = \frac{a + b}{2} \cdot h$

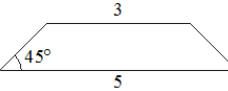
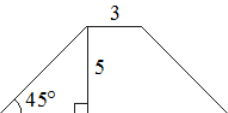
Задания для учащихся

Закончите предложение	Задачи для устного счета
1. Площадь трапеции равна произведению.....	Найди площадь трапеции, изображённой на рисунке.
1. Длина средней линии трапеции равна....	Найди площадь трапеции, изображённой на рисунке.
	 Длина средней линии трапеции равна...?

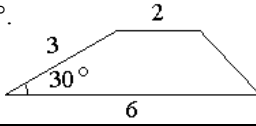
Прототипы заданий № 11

Прототипы заданий №11	Вспомогательные вопросы к задачам	Образец решения задач
<p>1. В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45°. Найди площадь этой трапеции.</p> 	<p>1. Чему равен угол АВН? 2. Какой вид имеет треугольник АВН? 3. Назовите боковые стороны этого треугольника? 4. Как найти отрезок АН? 5. Как найти площадь трапеции?</p>	 <p>Так как угол $A = 45^\circ$, то угол $ABH = 45^\circ$. Следовательно, $\triangle ABH$ – равнобедренный и $АН = h$ $АН = (AD - BC) : 2 = (8 - 2) : 2 = 3$ Следовательно, $h = 3$ $S = \frac{AD+BC}{2} \cdot h = \frac{8+2}{2} \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15.$</p>
<p>2. Боковая сторона трапеции равна 4, а один из прилежащих к ней углов равен 30°. Найди площадь трапеции, если её основания равны 2 и 7.</p> 	<p>1. Каким свойством обладает угол 30°? 2. Как найти высоту трапеции? 3. Как вычисляется площадь трапеции?</p>	 <p>Так как h лежит напротив угла в 30°, То $h = 4 : 2 = 2$ $S = \frac{2+7}{2} \cdot 2 = 9.$</p>
<p>3. Площадь параллелограмма ABCD равна 56. Точка E — середина стороны CD. Найдите площадь трапеции AECB.</p> <p>стороны CD. Найдите площадь трапеции AECB.</p> 	<p>1. Как найти площадь параллелограмма ABCD? 2. Как найти площадь треугольника ADE? 3. Во сколько раз отличается площадь треугольника от площади параллелограмма? 4. Как найти площадь трапеции, зная площадь параллелограмма ABCD и треугольника ADE?</p>	 <p>I способ 1) Построим высоту АН. В параллелограмме ABCD и в $\triangle ADE$ высота совпадает. 2) $S_{ABCD} = CD \cdot АН$ $S_{ADE} = \frac{1}{2} DE \cdot АН = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot АН = \frac{1}{4} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 56 = \frac{56}{4} = 14$ $S_{AECB} = 56 - 14 = 42$ II способ Параллелограмм можно разделить на 4 равных треугольника. Площадь одного треугольника $56 : 4 = 14$ Площадь трапеции AECB = $56 - 14 = 42.$</p>
<p>4. Найди площадь трапеции, изображённой на рисунке.</p> 	<p>1. Чему равны основания трапеции? 2. Чему равна высота трапеции? 3. Как найти площадь трапеции?</p>	 <p>$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$ $a = 12$ $b = 70 + 44 = 114$ $h = 24$ $S = \frac{12+114}{2} \cdot 24 = 63 \cdot 24 = 1512.$</p>

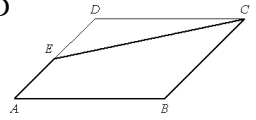
Задания из открытого банка заданий ОГЭ

<p>1. В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 5, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45°. Найди площадь этой трапеции.</p> 	<p>2. В равнобедренной трапеции известна высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найди большее основание.</p> 
--	---

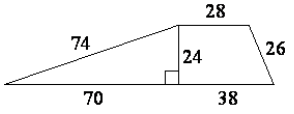
4. Боковая сторона трапеции равна 3, а один из прилегающих к ней углов равен 30° . Найди площадь трапеции, если её основания равны 2 и 6.



5. Площадь параллелограмма ABCD равна 176. Точка E — середина стороны AD. Найди площадь трапеции AECB.



6. Найди площадь трапеции, изображённой на рисунке.

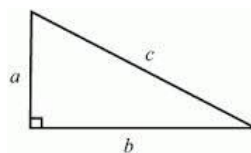


II. Площадь треугольника.

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

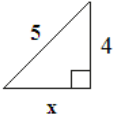
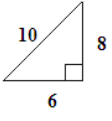
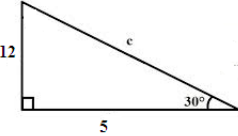
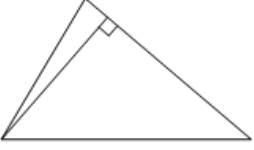
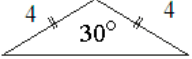
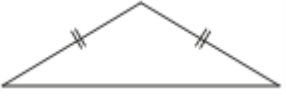
Формулировка	Геометрическая интерпретация
<p>Прямоугольный треугольник – это треугольник, у которого есть один прямой угол. Стороны, образующие прямой угол называются катетами, а третья сторона – гипотенузой.</p>	
<p>Высота в треугольнике – это перпендикуляр (h), опущенный из вершины на противоположную сторону.</p>	
<p>Синусом острого угла ($\sin \alpha$) в прямоугольном треугольнике называют отношение противолежащего катета к гипотенузе. Косинусом острого угла ($\cos \alpha$) в прямоугольном треугольнике называют отношение прилежащего катета к гипотенузе. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ Синус тупого угла равен синусу острого, смежного с ним.</p>	
<p>Катет, лежащий напротив угла в 30°, равен половине гипотенузы.</p>	
<p>Теорема Пифагора: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.</p>	
<p>Площадь треугольника равна половине произведения стороны и высоты, опущенной на эту сторону.</p>	<p style="text-align: center;">Рис. 8</p>
<p>Площадь треугольника равна половине произведения двух сторон треугольника на синус угла между ними.</p>	

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов.

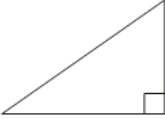
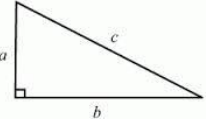
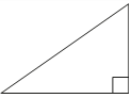
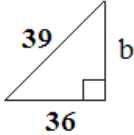


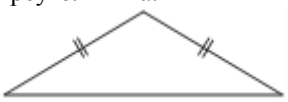
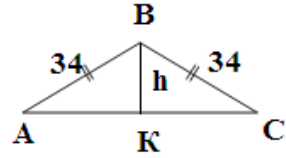
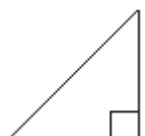
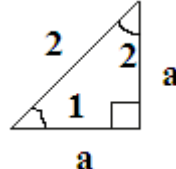
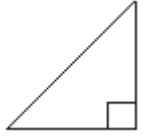
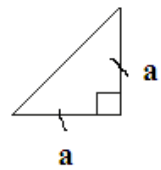
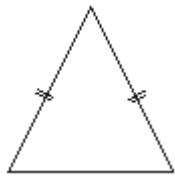
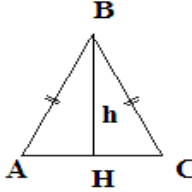
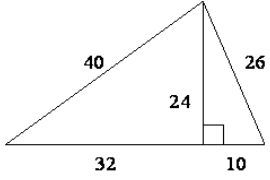
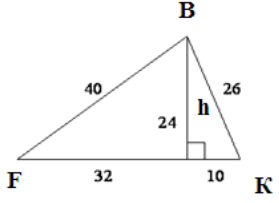
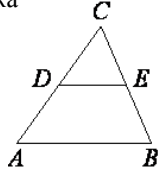
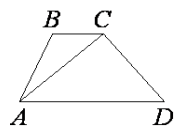
$$S = \frac{a \cdot b}{2}$$

Задания для учащихся

Закончите предложение	Задачи для устного счета
1. Чтобы найти квадрат неизвестного катета нужно.....	$x = \dots$ 
2. Чтобы найти площадь прямоугольного треугольника нужно.....	$S = \dots$ 
3. В прямоугольном треугольнике катет, лежащий напротив угла 30 градусов.....	$c = \dots$ 
4. Чтобы найти площадь треугольника нужно.....	<p>Страна треугольника равна 18, а высота, проведённая к этой стороне, равна 5. Найди площадь этого треугольника.</p> 
	 $S = \dots$
	<p>Найди площадь равнобедренного треугольника с боковыми сторонами 6 см и углом при основании 15 градусов?</p> 

Прототипы заданий №11

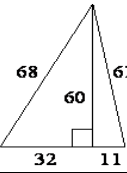
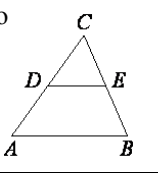
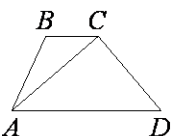
Задания	Вспомогательные вопросы к задачам	Образец решения задач
<p>1. Найди площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны соответственно 72 и 75.</p> 	<p>1. Как найти площадь прямоугольного треугольника?</p>	$S = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{72 \cdot 75}{2} = 36 \cdot 75 = 2700$ 
<p>2. Найди площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 36 и 39.</p> 	<p>1. Какая из сторон треугольника является катетом? гипотенузой? 2. Как найти площадь прямоугольного треугольника? 3. Как найти квадрат неизвестного катета?</p>	<p>$a = 36, c = 39, b = ? S = ?$ $b^2 = c^2 - a^2$ – теорема Пифагора $b^2 = 39^2 - 36^2 = 1521 - 1296 = 225$ $b = \sqrt{225} = 15$ $S = \frac{5 \cdot 15}{2} = 37,5$ $\frac{75}{2} = 37,5$</p> <p>Ответ: $b = 15; S = 37,5.$</p> 

<p>3. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найди площадь этого треугольника.</p> 	<p>1. Каким свойством обладает биссектриса, проведённая к основанию равнобедренного треугольника? 2. Как найти длину неизвестного катета? 3. Как найти площадь треугольника, зная высоту?</p>	<p>1. $AK = KC = 60 : 2 = 30$ 2. $h^2 = 34^2 - 30^2 = 1156 - 900 = 256$ 3. $h = \sqrt{256} = 16$ 4. $S = \frac{AC \cdot h}{2} = \frac{60 \cdot 16}{2} = 30 \cdot 16 = 480$.</p> 
<p>4. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 2, а один из острых углов равен 45°. Найди площадь треугольника.</p> 	<p>1. Чему равен второй острый угол в треугольнике? 2. Какой вид имеет данный треугольник? 3. Как найти катеты, зная гипотенузу? 4. Как найти площадь прямоугольного треугольника?</p>	<p>Так как $\angle 1 = \angle 2 = 45^\circ$, то Δ - равнобедренный. $a^2 + a^2 = 2^2$ $2a^2 = 4$ $a^2 = 4 : 2 = 2$ $S = \frac{a^2}{2} = \frac{2}{2} = 1$.</p> 
<p>5. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, а острый угол, прилежащий к нему, равен 45°. Найди площадь треугольника.</p> 	<p>1. Чему равен второй острый угол в треугольнике? 2. Какой вид имеет данный треугольник? 3. Как найти площадь прямоугольного треугольника?</p>	<p>$a = a = 4$ $S = \frac{a \cdot a}{2} = \frac{a^2}{2} = \frac{4^2}{2} = \frac{16}{2} = 8$</p> 
<p>6. Периметр равнобедренного треугольника равен 216, а боковая сторона — 78. Найди площадь треугольника.</p> 	<p>1. Что такое периметр треугольника? 2. Как найти основание треугольника? 3. Как найти высоту в треугольнике? 4. Как найти площадь треугольника, зная высоту?</p>	<p>1. $AC = 216 - 78 \cdot 2 = 216 - 156 = 60$ 2. $AN = NC = 60 : 2 = 30$ 3. $h^2 = 78^2 - 30^2 = 6084 - 900 = 5184$ 3. $h = \sqrt{5184} = 72$ 4. $S = \frac{AC \cdot h}{2} = \frac{60 \cdot 72}{2} = 30 \cdot 72 = 2160$</p> 
<p>7. Найди площадь треугольника, изображённого на рисунке.</p> 	<p>1. Чему равна сторона, на которую опущена высота? 2. Как найти площадь треугольника, зная высоту?</p>	<p>$FK = 32 + 10 = 42$ $h = 24$ $S = \frac{FK \cdot h}{2} = \frac{42 \cdot 24}{2} = 21 \cdot 24 = 504$</p> 
<p>8. В треугольнике ABC известно, что DE — средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 67. Найди площадь треугольника ABC.</p> 	<p>1. Есть ли на чертеже подобные треугольники? 2. Чему равен коэффициент подобия k? 3. Как относятся площади подобных фигур?</p>	<p>Треугольник ABC подобен треугольнику DEC $DE = \frac{AB}{2} \rightarrow k = 2$ $\frac{S_{ABC}}{S_{DEC}} = k^2$ $S_{ABC} = S_{DEC} \cdot k^2 = 67 \cdot 2^2 = 67 \cdot 4 = 268$</p>
<p>9. В трапеции ABCD известно, что $AD = 3$, $BC = 1$, а её площадь равна 12. Найди площадь треугольника ABC.</p> 	<p>1. Сравните высоты треугольника ABC и трапеции ABCD? 2. Как найти высоту трапеции? 3. Как найти площадь треугольника, зная высоту?</p>	<p>Так как высоты треугольника и трапеции одинаковые, то $h = S : \frac{a+b}{2}$ $h = S : \frac{a+b}{2} = 12 : \frac{3+1}{2} = 12 : 2 = 6$ $S = \frac{BC \cdot h}{2} = \frac{1 \cdot 6}{2} = 3$</p>

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

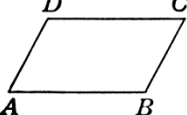
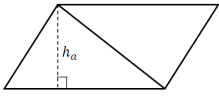
1. Найди площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза

- равны соответственно 30 и 34.
- Два катета прямоугольного треугольника равны 7 и 12. Найди его площадь.
 - Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 25, а основание равно 30. Найди площадь этого треугольника.
 - В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, а острый угол, прилежащий к нему, равен 45° . Найди площадь треугольника.
 - В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 18, а один из острых углов равен 45° . Найди площадь треугольника.
 - Периметр равнобедренного треугольника равен 196, а боковая сторона — 74. Найди площадь треугольника.

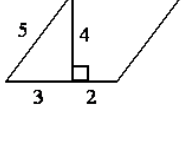
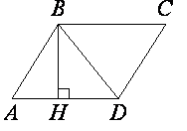
<p>7. Найди площадь треугольника, изображённого на рисунке.</p> 	<p>8. В треугольнике ABC известно, что DE — средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 45. Найди площадь треугольника ABC.</p> 
<p>9. В трапеции ABCD известно, что AD=8, BC=5, а её площадь равна 13. Найди площадь треугольника ABC.</p> 	

III. Площадь параллелограмма

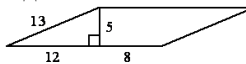
При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Формулировка	Геометрическая интерпретация
<p>Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны, т.е. лежат на параллельных прямых.</p>	 <p>$AB \parallel CD, AD \parallel BC.$</p>
<p>Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.</p>	 <p>$S = ah_a$</p>

Прототипы задания № 11

Прототипы задания	Шаблон решения
 <p>Найди площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.</p>	<p>Решение: $a = 3 + 2 = 5;$ $h = 4;$ $S = ah_a; S = 5 \cdot 4 = 20$</p> <p>Ответ: 20.</p>
 <p>Высота BH параллелограмма ABCD делит его сторону AD на отрезки $AH=1$ и $HD=28$. Диагональ параллелограмма BD равна 53. Найди площадь параллелограмма.</p>	<p>Решение: $AD = AH + HD = 1 + 28 = 29;$ ΔBHD – прямоугольный. По т. Пифагора: $BH^2 = BD^2 - HD^2 = 53^2 - 28^2 = 2809 - 784 = 2025;$ $BH = \sqrt{2025} = 45.$ $S = ah_a; S = 29 \cdot 45 = 1305$</p> <p>Ответ: 1305.</p>

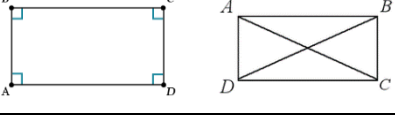
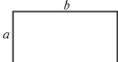
Задания из открытого банка заданий ОГЭ




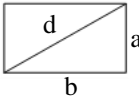
- Найди площадь параллелограмма, изображённого на рисунке:
- Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH=1$ и $HD=63$. Диагональ параллелограмма BD равна 65. Найди площадь параллелограмма.

IV. Площадь прямоугольника

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Формулировка	Геометрическая интерпретация
<p>Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые. Диагонали прямоугольника равны.</p>	 <p>$AC = BD$</p>
<p>Площадь прямоугольника равна произведению его сторон.</p>	 <p>$S = ab$</p>

Прототипы задания № 11

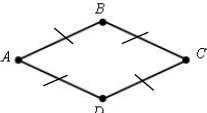
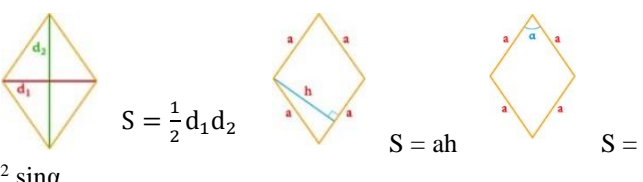
Прототипы задания	Шаблон решения
 <p>В прямоугольнике одна сторона равна 96, а диагональ равна 100. Найдите площадь прямоугольника.</p>	 <p>Решение: $a = 96; d = 100.$ Рассмотрим прямоугольный Δ. По т. Пифагора: $b^2 = d^2 - a^2 = 100^2 - 96^2 = 10000 - 92216 = 784; b = \sqrt{784} = 28.$ $S = ab = 96 \cdot 28 = 2688$ Ответ: 2688.</p>

Задания из открытого банка заданий ОГЭ



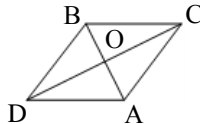
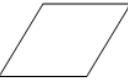

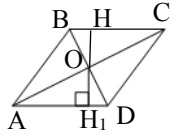
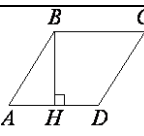
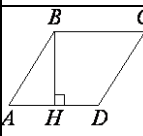
В прямоугольнике одна сторона равна 30, а диагональ равна 50. Найди площадь прямоугольника.

V. Площадь ромба.

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Формулировка	Геометрическая интерпретация
Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.	
Площадь ромба.	 <p>$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$ $S = ah$ $S = a^2 \sin \alpha$</p>

Прототипы задания № 11

Прототипы задания	Шаблон решения
 <p>Найди площадь ромба, если его диагонали равны 32 и 4.</p>	<p>Решение: $d_1 = 32; d_2 = 4.$ $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 4 = 64$ Ответ: 64.</p>
 <p>Сторона ромба равна 78, а диагональ равна 60. Найди площадь ромба.</p>	<p>Решение: $AB = 78, AC = 60;$ $AO = OC = 30; \Delta AOB$ – прямоугольный; $BO^2 = AB^2 - AO^2 = 78^2 - 30^2 = 5184; BO = \sqrt{5184} = 72; BD = 72 \cdot 2 = 144; S = \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 144 = 4320.$ Ответ: 4320.</p> 
 <p>Периметр ромба равен 144, а один из углов равен 30°. Найди площадь ромба.</p>	<p>Решение: $a = P : 4 = 144 : 4 = 36; S = a^2 \sin \alpha = 36 \cdot \sin 30^\circ = 36 \cdot \frac{1}{2} = 18$ Ответ: 18.</p>
 <p>Сторона ромба равна 5, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найди площадь ромба.</p>	<p>Решение: $HH_1 = OH_1 \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4;$ $S = ah = 5 \cdot 4 = 20.$ Ответ: 20.</p> 
 <p>Высота BH ромба $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH = 64$ и $HD = 16$. Найди площадь ромба.</p>	<p>Решение: $AD = AH + HD = 64 + 16 = 80;$ $AD = AB = 80; \Delta ABH$ – прям-ый. $BH^2 = AB^2 - AH^2 = 80^2 - 64^2 = 6400 - 4096 = 2304;$ $BH = \sqrt{2304} = 48;$ $S = ah = 80 \cdot 48 = 3840.$</p> 

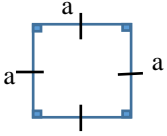
Ответ: 3840.

Задания из открытого банка заданий ОГЭ


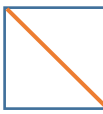

1. Найди площадь ромба, если его диагонали равны 20 и 6.
2. Сторона ромба равна 30, а диагональ равна 48. Найди площадь ромба.
3. Периметр ромба равен 72, а один из углов равен 30° . Найди площадь ромба.
4. Сторона ромба равна 19, а расстояние от центра ромба до неё равно 6. Найди площадь ромба.
5. Высота BH ромба $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH=24$ и $HD=2$. Найди площадь ромба.

VI. Площадь квадрата

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:

Формулировка	Геометрическая интерпретация
Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.	
Периметр квадрата. Площадь квадрата.	$P=a+a+a+a=4a$ $S=a^2; S = \frac{1}{2}d^2; S = 4r^2$

Прототипы заданий

Прототипы задания	Шаблон решения
Периметр квадрата равен 36. Найди площадь квадрата.	 Решение: $P = 4 \cdot a;$ $4 \cdot a = 36; a = 36:4=9$ $S=a^2; S = 9^2 = 81$ Ответ: 81.
Найди площадь квадрата, если его диагональ равна 6.	 Решение: $S = \frac{1}{2}d^2; S = \frac{1}{2} \cdot 6^2 = \frac{1}{2} \cdot 36 = 12$ Ответ: 12.
Найди площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.	 Решение: $S = 4r^2; S = 4 \cdot 7^2 = 4 \cdot 4 = 196$ Ответ: 12.

Задания из открытого банка

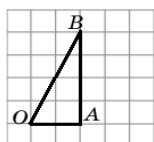
1. Найди площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 18.
2. Найди площадь квадрата, если его диагональ равна 44.
3. Периметр квадрата равен 68. Найди площадь квадрата.

Тема 4. Фигуры на квадратной решетке

Задание № 12

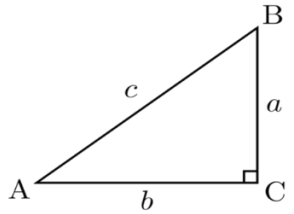
Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.

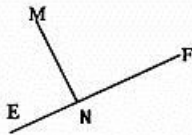
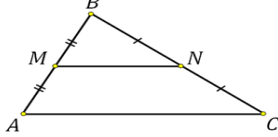
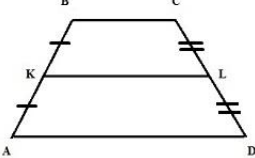
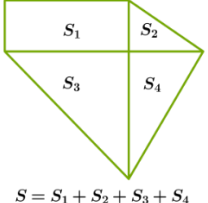
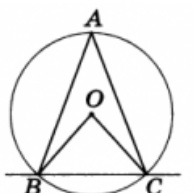
Проверяемые элементы содержания: зависимость между величинами сторон и углов треугольника; решение прямоугольных треугольников.



Задание №11 из демоверсии ОГЭ – 2017
Найти тангенс угла AOB треугольника, изображенного на рисунке.

При решении данного задания используется следующий теоретический материал:


Определения, формулы	Геометрическая интерпретация
Тангенсом острого угла ($tg \alpha$) прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету: $tg \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$	
Тангенс угла равен отношению синуса к косинусу этого угла: $tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	
Теорема Пифагора В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов: $AB^2 = AC^2 + BC^2; c^2 = a^2 + b^2$	

<p>Расстоянием от точки до прямой называется длина перпендикуляра, проведённого из этой точки к прямой. MN - расстояние от точки M до прямой EF.</p>	
<p>Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон. Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон, и равна половине этой стороны. $MN = \frac{1}{2} AC$</p>	
<p>Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины её боковых сторон. Средняя линия трапеции параллельна основаниям, и равна их полусумме: $KL = \frac{AD+BC}{2}$</p>	
<p style="text-align: center;">Понятие площади многоугольника</p> <p>Площадь многоугольника – это величина той части плоскости, которую занимает многоугольник.</p> <p style="text-align: center;">Свойство площади многоугольника</p> <p>Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.</p>	 <p style="text-align: center;">$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$</p>
<p>Центральный угол - это угол, вершина которого находится в центре окружности. Вписанный угол - угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают ее.</p> <p>Вписанный угол равен половине соответствующего центрального угла $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$</p>	
<p>Формулы площадей треугольника, параллелограмма, трапеции.</p>	<p>Рассмотрены в задании 11.</p>

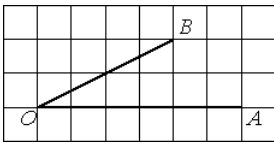
Задания для учащихся

Дайте определение	Закончи предложение или вставь пропущенные слова:
<ol style="list-style-type: none"> 1. Что называется тангенсом острого угла прямоугольного треугольника? 2. Теорема Пифагора. 3. Как найти расстояние от точки до прямой? 4. Какими свойствами обладает средняя линия треугольника? 5. Какими свойствами обладает средняя линия трапеции? 6. Что называется вписанным углом, центральным углом. Как взаимосвязаны их градусные меры? 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение _____ катета к _____ катету. 2. В прямоугольном треугольнике _____ гипотенузы равен _____ квадратов _____. 3. Расстоянием от точки до прямой называется длина _____, проведённого из _____ к _____. 4. Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух его сторон, _____ третьей стороне и равна _____. 5. Средняя линия трапеции параллельна _____ и равна _____. 6. _____ угол равен половине соответствующего _____ угла.

Прототипы задания №12

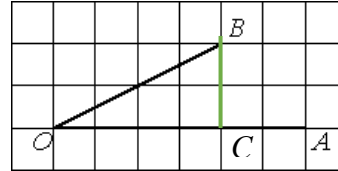
Задача	Вспомогательные вопросы, указания	Решение
<p>1. Найди тангенс B треугольник ABC, изображённого на рисунке.</p> 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Припомни определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника. 2. Найди длины нужных катетов (в клетках). 	<p>1) Найди длины катетов. Для этого сосчитай количество клеток в каждом из них: противолежащий углу B катет $AC = 6$, прилежащий к углу B катет $AB = 3$.</p> <p>2) Воспользуйся определением тангенса: $tg \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{3} = 2$ <i>Ответ:</i> 2.</p>

2. Найди тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



1. Припомни определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника.
2. Дострой угол до прямоугольного треугольника по клеткам.
3. Найди длины нужных катетов (в клетках).

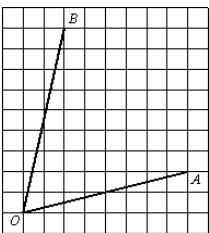
1) Дострой угол до прямоугольного треугольника OBC .



- 2) Найди длины катетов. Для этого считаем количество клеток в каждом из них: противолежащий углу AOB катет 2 клеткам, прилежащий к углу AOB катет равен 4 клеткам.
- 3) Воспользуйся определением тангенса:

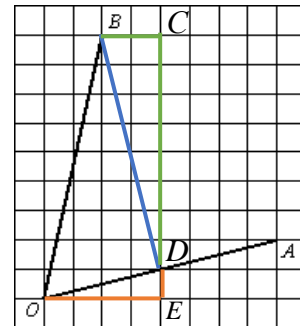
$$\operatorname{tg} \angle AOB = \frac{2}{4} = 0,5$$
 Ответ: 0,5.

3. Найди тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



1. Припомни определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника.
2. Дострой угол до прямоугольного треугольника по клеткам.
3. Найди длины получившихся катетов. Какой теоремой связаны катеты и гипотенуза прямоугольного треугольника?

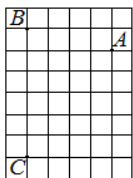
1) Дострой угол до прямоугольного треугольника OBD



- 2) Найди длины катетов. Противолежащий углу катет - это гипотенуза прямоугольного треугольника BCD с катетами, равными 2 и 8 клеткам; по теореме Пифагора он равен $\sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68}$. Прилежащий к углу катет - это гипотенуза прямоугольного треугольника OED с катетами, равными 1 и 4 клеткам; по теореме Пифагора он равен $\sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$.
- 3) Воспользуйся определением тангенса:

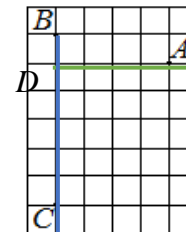
$$\operatorname{tg} \angle AOB = \frac{\sqrt{68}}{\sqrt{17}} = \sqrt{\frac{68}{17}} = \sqrt{4} = 2$$
 Ответ: 2.

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найди расстояние от точки A до прямой BC .

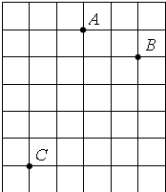
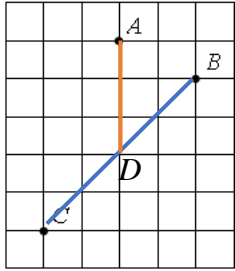
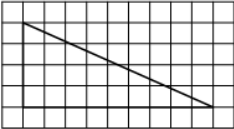

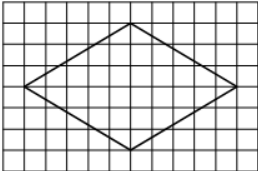
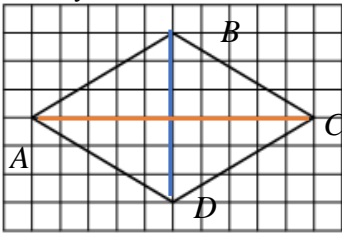
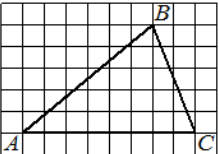
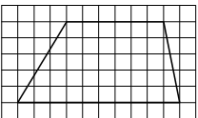


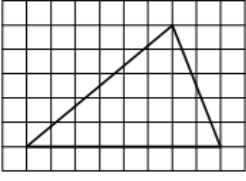
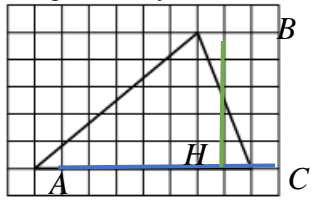
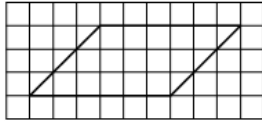
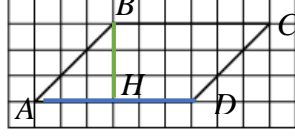
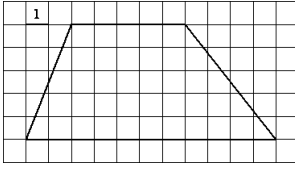
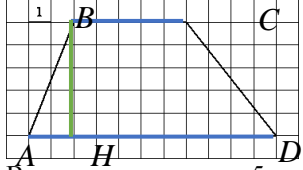
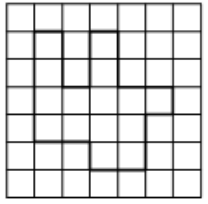
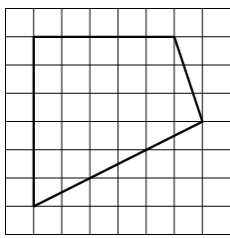
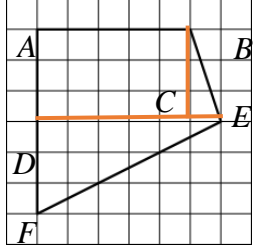
1. Что называется расстоянием от точки до прямой?

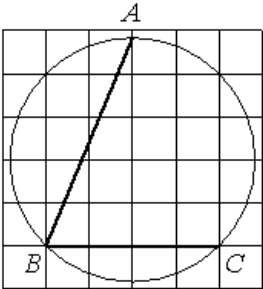
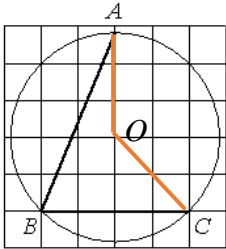
Проведи перпендикуляр AD из точки A к прямой BC .



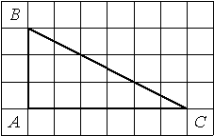
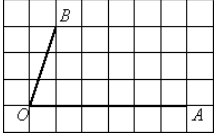
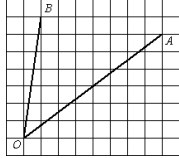
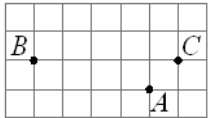
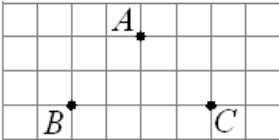
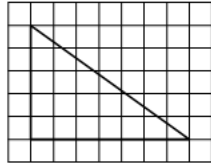
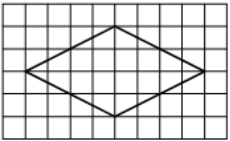
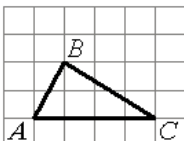
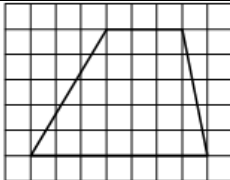
и сосчитай количество клеток в нём, их 4.
 Ответ: 4.

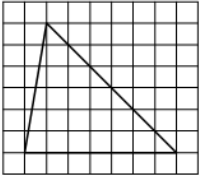
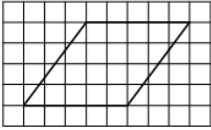
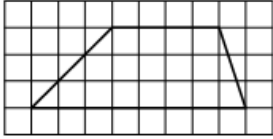
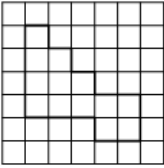
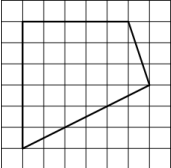
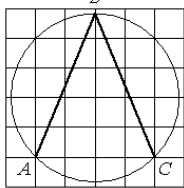
<p>5. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ отмечены точки A, B и C. Найди расстояние от точки A до середины отрезка BC. Ответ вырази в сантиметрах.</p> 	<p>Проведи отрезки, о которых говорится в условии задачи.</p>	<p>Проведи отрезок BC и найдём его середину – точка D. Соедини точку A с серединой отрезка BC, сосчитай количество клеток в отрезке AD.</p>  <p><i>Ответ:</i> 3.</p>
<p>6. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найди длину его большего катета.</p> 	<p>1. Какие стороны прямоугольного треугольника называются катетами?</p>	<p>Катеты – это стороны прямоугольного треугольника, образующие прямой угол. Выбери больший из них (AC).</p>  <p><i>Ответ:</i> 9.</p>
<p>7. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найди длину его большей диагонали.</p> 	<p>1. Что называется диагоналями многоугольника?</p>	<p>Проведи диагонали ромба AC и BD, выбери большую. Это – диагональ AC.</p>  <p><i>Ответ:</i> 10.</p>
<p>8. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найди длину его средней линии, параллельной стороне AC.</p> 	<p>1. Припомни определение средней линии треугольника. 2. Каким свойством обладает средняя линия треугольника?</p>	<p>Сосчитай количество клеток в отрезке AC и воспользуйся свойством длины средней линии треугольника: $8 : 2 = 4$ <i>Ответ:</i> 4.</p>
<p>9. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найди длину её средней линии.</p> 	<p>1. Припомни определение средней линии трапеции. 2. Каким свойством обладает средняя линия трапеции?</p>	<p>Найди длины оснований трапеции: верхнее – 6 клеток; нижнее – 10 клеток. Примени свойство длины средней линии трапеции: $(6 + 10) : 2 = 8$ <i>Ответ:</i> 8.</p>

<p>10. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найди его площадь.</p> 	<p>1. Как вычислить площадь треугольника? Припомни формулу. 2. Длины каких отрезков надо определить по рисунку?</p>	<p>Выдели на рисунке сторону треугольника AC и высоту BH, проведённую к ней. Найди их длины (в клетках).</p>  <p>Сторона - 8 клеток, высота - 5 клеток. Вычисли площадь</p> $S = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$ <p>Ответ: 20.</p>
<p>11. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найди его площадь.</p> 	<p>1. Как вычислить площадь параллелограмма? Припомни формулу. 2. Длины каких отрезков надо определить по рисунку?</p>	<p>Выдели на рисунке сторону параллелограмма AD и высоту BH, проведённую к ней. Найди их длины (в клетках).</p>  <p>Сторона - 6 клеток, высота - 3 клеток. Вычисли площадь</p> $S = 6 \cdot 3 = 18$ <p>Ответ: 18.</p>
<p>12. Найди площадь трапеции, изображённой на рисунке. <i>Другая формулировка задания:</i> На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найди её площадь.</p> 	<p>1. Как вычислить площадь трапеции? Припомни формулу. 2. Длины каких отрезков надо определить по рисунку?</p>	<p>Выдели на рисунке основания AD, BC и высоту BH трапеции. Найди их длины (в клетках).</p>  <p>Верхнее основание - 5 клеток; нижнее основание - 11 клеток; высота - 6 клеток. Тогда</p> $S = \frac{5+11}{2} \cdot 6 = 48$ <p>Ответ: 48.</p>
<p>13. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найди её площадь.</p> 	<p>1. Воспользуйся понятием площади.</p>	<p>Сосчитай количество клеток внутри замкнутой ломаной - это и будет площадь данной фигуры.</p> <p>Ответ: 15.</p>
<p>14. Площадь одной клетки равна 1. Найди площадь фигуры, изображённой на рисунке.</p> 	<p>1. Можно ли разбить данную фигуру на такие площади, которых можем вычислить по формулам? 2. Припомни нужные формулы площадей.</p>	<p>Разбей данную фигуру на такие фигуры, площади которых можем вычислить по формулам. Это прямоугольник $ABCD$ и треугольники BCE и DEF.</p>  <p>Площадь меньшего треугольника BCE: $\frac{3 \cdot 1}{2} = 1,5$;</p>

		<p>площадь большего треугольника $DEF: \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$;</p> <p>площадь прямоугольника $ABCD:$ $3 \cdot 5 = 15$.</p> <p>Площадь всей фигуры: $1,5 + 9 + 15 = 25,5$.</p>
<p>15. Найди угол ABC. Ответ дай в градусах.</p> 	<p>1. Как называется угол ABC?</p> <p>2. С каким углом в окружности он связан? Припомни формулу их взаимосвязи.</p>	<p>1. Нарисуй центральный угол AOC, соответствующий данному вписанному углу.</p>  <p>Градусную меру угла AOC найди, исходя из градусных мер долей круга: прямой угол и его половина, т.е. $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$.</p> <p>2. Воспользуйся свойством вписанного угла: $\angle ABC = 135^\circ : 2 = 67,5^\circ$</p>

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

<p>1. Найди тангенс угла C треугольника ABC, изображённого на рисунке.</p> 	<p>2. Найди тангенс угла AOB, изображённого на рисунке.</p> 	<p>3. Найди тангенс угла AOB, изображённого на рисунке.</p> 
<p>4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A, B и C. Найди расстояние от точки A до прямой BC.</p> 	<p>5. На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A, B и C. Найди расстояние от точки A до середины отрезка BC. Ответ вырази в сантиметрах.</p> 	<p>6. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найди длину его большего катета.</p> 
<p>7. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найди длину его большей диагонали.</p> 	<p>8. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найди длину его средней линии, параллельной стороне AC.</p> 	<p>9. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найди длину её средней линии.</p> 

<p>10. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найди его площадь.</p> 	<p>11. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найди его площадь.</p> 	<p>12. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке. Другая формулировка задания: На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найди её площадь.</p> 
<p>13. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найди её площадь.</p> 	<p>14. Площадь одной клетки равна 1. Найди площадь фигуры, изображённой на рисунке.</p> 	<p>15. Найди угол ABC. Ответ дай в градусах.</p> 

Тема 5. Анализ геометрических высказываний

Задание № 13

Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения.

Проверяемые элементы содержания: геометрические высказывания

Задание №13 из демоверсии ОГЭ – 2017

Укажи номера **верных** утверждений.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.
- 4) В любом параллелограмме диагонали равны.

Теоретический материал по данному заданию рассматривается в 9-12 заданиях модуля «Геометрия».

Тема «Точка, прямая, плоскость»

1.	Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.
2.	Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.
3.	Две различные прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.
4.	Если две различные прямые на плоскости перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.
5.	Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы равны 90° , то эти две прямые параллельны.
6.	На плоскости существует единственная точка, равноудалённая от концов отрезка.
7.	Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.
8.	Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к этому отрезку.
9.	Через две различные точки на плоскости проходит единственная прямая.
10.	Через две различные точки на плоскости проходит единственная прямая.
11.	Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.
12.	Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
13.	Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.

1. Тема «Углы»

1.	Вертикальные углы равны.
2.	Внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны.
3.	Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.
4.	Если при пересечении двух прямых третьей прямой накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
5.	Если при пересечении двух прямых третьей прямой сумма внутренних односторонних углов равна 180° , то эти прямые параллельны.
6.	Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
7.	Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.
8.	Смежные углы равны.

9.	Сумма смежных углов равна 180° .
----	---

2. Тема «Треугольники»

3.1. Треугольники	
1.	Биссектриса треугольника делит пополам сторону, к которой проведена.
2.	В любом тупоугольном треугольнике есть острый угол.
3.	В остроугольном треугольнике все углы острые.
4.	В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.
5.	В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
6.	Внешний угол треугольника больше не смежного с ним внутреннего угла.
7.	Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов.
8.	Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный.
9.	Если два угла треугольника равны, то равны и противолежащие им стороны.
10.	Если две стороны треугольника равны, то равны и противолежащие им углы.
11.	Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
12.	Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
13.	Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
14.	Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный.
15.	Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то треугольники подобны.
16.	Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
17.	Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
18.	Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, образованные этими сторонами, равны, то треугольники подобны.
19.	Медиана треугольника делит пополам угол, из вершины которого проведена.
20.	Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
21.	Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
22.	Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
23.	Площадь треугольника не превышает произведения двух его сторон.
24.	Против равных сторон треугольника лежат равные углы.
25.	Против большей стороны треугольника лежит меньший угол.
26.	Против большей стороны треугольника лежит больший угол.
27.	Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.
28.	Сумма углов любого треугольника равна 180° .
29.	Сумма углов остроугольного треугольника равна 180° .
30.	Сумма углов тупоугольного треугольника равна 180° .
31.	Треугольник со сторонами 1, 2, 4 не существует
32.	Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует
3.2. Равнобедренный треугольник	
1.	Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противолежащей основанию, делит основание на две равные части.
2.	Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противолежащей основанию, перпендикулярна основанию.
3.	Все равнобедренные треугольники подобны.
4.	Всякий равнобедренный треугольник является остроугольным.
5.	Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
6.	Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
7.	Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.
8.	Любая высота равнобедренного треугольника является его биссектрисой.
9.	Любая медиана равнобедренного треугольника является его биссектрисой.
10.	Медиана равнобедренного треугольника, проведённая к его основанию, является его высотой.
11.	Медиана равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противолежащей основанию, перпендикулярна основанию.
12.	Медиана равнобедренного треугольника, проведённая из вершины угла, противолежащего основанию, делит этот угол пополам.
13.	Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
14.	Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 .

15.	Треугольник с углами 40° , 70° , 70° — равнобедренный.
16.	У равнобедренного треугольника есть ось симметрии.
17.	У равнобедренного треугольника есть центр симметрии.
3.3. Равносторонний треугольник	
1.	Все высоты равностороннего треугольника равны.
2.	Всякий равносторонний треугольник является равнобедренным.
3.	Всякий равносторонний треугольник является остроугольным.
4.	Любые два равносторонних треугольника подобны.
5.	У равностороннего треугольника есть центр симметрии.
6.	У равностороннего треугольника три оси симметрии.
3.4. Прямоугольный треугольник	
1.	В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов. Все прямоугольные треугольники подобны.
2.	В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов.
3.	Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.
4.	Если один из углов треугольника прямой, то треугольник прямоугольный.
5.	Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.
6.	Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.
7.	Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.
8.	Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90° градусам.
9.	Тангенс любого острого угла меньше единиц.

4. Тема «Четырёхугольники»

4.1. Четырёхугольники	
1.	Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырёхугольник — ромб.
2.	Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом.
3.	Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
4.	Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360° градусам.
4.2. Параллелограмм	
1.	В параллелограмме есть два равных угла.
2.	Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.
3.	Диагонали параллелограмма равны.
4.	Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.
5.	Если в параллелограмме две смежные стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом.
6.	Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
7.	Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.
8.	Если диагонали параллелограмма равны, то это прямоугольник.
9.	Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является квадратом.
10.	Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.
11.	Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.
12.	Существует параллелограмм, который не является прямоугольником.
4.3. Ромб	
1.	Все углы ромба равны.
2.	Диагонали ромба перпендикулярны.
3.	Диагонали ромба равны.
4.	Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
5.	Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.
6.	Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.
7.	Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.
8.	Ромб не является параллелограммом.
9.	Существует ромб, который не является квадратом.
4.4. Прямоугольник	
1.	В любой прямоугольник можно вписать окружность.
2.	В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.
3.	Все углы прямоугольника равны.
4.	Диагонали любого прямоугольника равны.
5.	Диагонали любого прямоугольника делят его на 4 равных треугольника.

6.	Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
7.	Квадрат диагонали прямоугольника равен сумме квадратов двух его смежных сторон.
8.	Не существует прямоугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
9.	Площадь прямоугольника равна произведению длин всех его сторон.
10.	Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.
11.	Сумма квадратов диагоналей прямоугольника равна сумме квадратов всех его сторон.
12.	Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
13.	Существует прямоугольник, который не является параллелограммом.

4.5. Квадрат

1.	Все квадраты имеют равные площади.
2.	Диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам.
3.	Квадрат является прямоугольником.
4.	Любой квадрат является ромбом.
5.	Любой квадрат является прямоугольником.
6.	Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
7.	Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.
8.	Существует квадрат, который не является ромбом.
9.	Существует квадрат, который не является прямоугольником.

4.6. Трапеция

1.	Боковые стороны любой трапеции равны.
2.	В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.
3.	Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника
4.	Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
5.	Диагонали прямоугольной трапеции равны.
6.	Диагональ равнобедренной трапеции делит её на два равных треугольника.
7.	Диагонали равнобедренной трапеции равны.
8.	Основания равнобедренной трапеции равны.
9.	Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту. Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.
10.	Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.
11.	Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.
12.	Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
13.	У любой трапеции основания параллельны.

5. Тема «Окружность. Круг»

5.1. Окружность. Круг.

1.	В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности.
2.	В плоскости для точки, лежащей вне круга, расстояние до центра круга больше его радиуса.
3.	Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.
4.	Все диаметры окружности равны между собой.
5.	Все хорды одной окружности равны между собой.
6.	Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
7.	Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.
8.	Для точки, лежащей внутри круга, расстояние до центра круга меньше его радиуса.
9.	Если из точки М проведены две касательные к окружности и А и В — точки касания, то отрезки МА и МВ равны.
10.	Из двух хорд окружности больше та, середина которой находится дальше от центра окружности.
11.	Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
12.	Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.
13.	Любые два диаметра окружности пересекаются.
14.	Площадь круга меньше квадрата длины его диаметра.
15.	Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.
16.	Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
17.	Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.
18.	Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.

5.2. Вписанные и описанные окружности

1.	Биссектрисы треугольника пересекаются в точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник.
2.	В любой четырёхугольник можно вписать окружность.
3.	В любой треугольник можно вписать окружность.
4.	В любой ромб можно вписать окружность.

5.	Вокруг любого треугольника можно описать окружность.
6.	Вокруг любого параллелограмма можно описать окружность.
7.	Любой квадрат можно вписать в окружность.
8.	Любой прямоугольник можно вписать в окружность.
9.	Любой параллелограмм можно вписать в окружность.
10.	Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
11.	Центр вписанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.
12.	Центр описанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.
13.	Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
14.	Центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения его биссектрис.
15.	Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.
16.	Центры вписанной и описанной окружностей равнобедренного треугольника совпадают.
17.	Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.

Глава III. Модуль «Реальная математика»

Тема 1. Числа, числовые выражения

Задание № 14

Основные проверяемые требования к математической подготовке: уметь извлекать статистическую информацию, представленную в таблицах; анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах.

Проверяемые элементы содержания:

Задание № 14 из демоверсии ОГЭ -2017

В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9 класса.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	«отл»	«хор»	«удовл»	«отл»	«хор»	«удовл»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 5,36 секунды?

- 1) Отлично 2) Хорошо 3) Удовлетворительно 4) норматив не выполнен

Теоретический материал, который используется при решении данного задания, рассматривался в заданиях модулей «Алгебра» и «Геометрия». Кроме него нам понадобится определение стандартного вида числа.

Понятия, свойства, формулы	Пример
Стандартным видом положительного числа a называют его представление в виде $a_0 \cdot 10^m$, где $1 \leq a_0 \leq 10$, а m – целое число.	$274,35 = 2,7435 \cdot 10^2$; $54340 = 5,434 \cdot 10^4$; $0,0013 = 1,3 \cdot 10^{-3}$

Прототипы задания №14

Поиск явной информации:

<p>1. В таблице даны результаты забега мальчиков 8-го класса на дистанцию 60 м.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Номер дорожки</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Время (с)</td> <td>10,3</td> <td>10,7</td> <td>11,0</td> <td>9,1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Зачёт выставляется, если показано время не хуже 10,5 с. Выпиши номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт. <i>Ответ:</i> 23.</p>	Номер дорожки	1	2	3	4	Время (с)	10,3	10,7	11,0	9,1	<p>2. Учёный Иванов выезжает из Москвы на конференцию в Санкт-Петербургский университет. Работа конференции начинается в 10:00. В таблице дано расписание ночных поездов Москва–Санкт-Петербург.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Номер поезда</th> <th>Отправление из Москвы</th> <th>Прибытие в Санкт-Петербург</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>026А</td> <td>22:42</td> <td>06:32</td> </tr> <tr> <td>002А</td> <td>23:55</td> <td>07:55</td> </tr> <tr> <td>038А</td> <td>22:42</td> <td>06:40</td> </tr> <tr> <td>016А</td> <td>00:43</td> <td>09:12</td> </tr> </tbody> </table>	Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург	026А	22:42	06:32	002А	23:55	07:55	038А	22:42	06:40	016А	00:43	09:12
Номер дорожки	1	2	3	4																						
Время (с)	10,3	10,7	11,0	9,1																						
Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург																								
026А	22:42	06:32																								
002А	23:55	07:55																								
038А	22:42	06:40																								
016А	00:43	09:12																								

Путь от вокзала до университета занимает полтора часа.
Укажи номер самого позднего (по времени отправления) поезда, который подходит учёному Иванову.
1) 026А 2) 002А 3) 038А 4) 016А
Ответ: 2.

3. Студентка Цветкова выезжает из Наро-Фоминска в Москву на занятия в университет. Занятия начинаются в 9:00. В таблице дано расписание утренних электропоездов от станции Наро-Фоминск до Киевского вокзала в Москве.

Отправление от ст. Нара	Прибытие на Киевский вокзал
05:55	07:11
06:29	07:41
06:37	07:59
07:02	08:06

Путь от вокзала до университета занимает 45 минут.
Укажи время отправления от станции Нара самого позднего (по времени отправления) электропоезда, который подходит студентке.

- 1) 05:55 2) 06:29 3) 06:37 4) 07:02

Ответ: 4.

4. Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшую, отборную, первую, вторую, третью. Используя данные, представленные в таблице, определи, к какой категории относится яйцо массой 82,2 г.

Категория	Масса одного яйца (в г)
Высшая	75,0 и более
Отборная	65,0–74,9
Первая	55,0–64,9
Вторая	45,0–54,9
Третья	менее 45,0

- 1) высшая 2) отборная 3) вторая 4) третья

Ответ: 1.

5. В таблице даны результаты забега мальчиков 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,5 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,6	9,7	10,1	11,4

Укажи номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

- 1) только I 2) только II 3) I, IV 4) II, III

Ответ: 4.

6. В таблице приведены нормативы по прыжкам с места для учащихся 11 класса.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Расстояние (в см)	230	220	200	185	170	155

Какую отметку получит девочка, прыгнувшая на 167 см

- 1) отметка «5» 2) отметка «4»
3) отметка «3» 4) норматив не выполнен

Ответ: 3

Задания, требующие вычислений:

Задача	Вспомогательные вопросы, указания	Решение
--------	-----------------------------------	---------

<p>1. В нескольких эстафетах, которые проводились в школе, команды показали следующие результаты:</p> <table border="1" data-bbox="129 248 584 533"> <thead> <tr> <th>Команда</th> <th>I эстафета, мин.</th> <th>II эстафета, мин.</th> <th>III эстафета, мин.</th> <th>IV эстафета, мин.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>«Непобедимые»</td> <td>4,1</td> <td>4,2</td> <td>2,4</td> <td>6,2</td> </tr> <tr> <td>«Прорыв»</td> <td>4,2</td> <td>5,9</td> <td>2,5</td> <td>6,7</td> </tr> <tr> <td>«Чемпионы»</td> <td>3,6</td> <td>5,0</td> <td>3,7</td> <td>5,4</td> </tr> <tr> <td>«Тайфун»</td> <td>5,0</td> <td>5,7</td> <td>3,5</td> <td>6,0</td> </tr> </tbody> </table> <p>За каждую эстафету команда получает количество баллов, равное занятому в этой эстафете месту, затем баллы по всем эстафетам суммируются. Какое итоговое место заняла команда «Чемпионы», если победителем считается команда, набравшая наименьшее количество очков? 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4</p>	Команда	I эстафета, мин.	II эстафета, мин.	III эстафета, мин.	IV эстафета, мин.	«Непобедимые»	4,1	4,2	2,4	6,2	«Прорыв»	4,2	5,9	2,5	6,7	«Чемпионы»	3,6	5,0	3,7	5,4	«Тайфун»	5,0	5,7	3,5	6,0	<p>1. Определи какое место заняла каждая команда в каждой эстафете. 2. Сложи количество баллов каждой команды. 3. Определи место, занятое спрашиваемой командой.</p>	<table border="1" data-bbox="1054 159 1509 539"> <thead> <tr> <th>Команда</th> <th>I эстафета, мин.</th> <th>II эстафета, мин.</th> <th>III эстафета, мин.</th> <th>IV эстафета, мин.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>«Непобедимые»</td> <td>4,1 II</td> <td>4,2 I</td> <td>2,4 I</td> <td>6,2 III</td> </tr> <tr> <td>«Прорыв»</td> <td>4,2 III</td> <td>5,9 IV</td> <td>2,5 II</td> <td>6,7 IV</td> </tr> <tr> <td>«Чемпионы»</td> <td>3,6 I</td> <td>5,0 II</td> <td>3,7 IV</td> <td>5,4 I</td> </tr> <tr> <td>«Тайфун»</td> <td>5,0 IV</td> <td>5,7 III</td> <td>3,5 III</td> <td>6,0 II</td> </tr> </tbody> </table> <p>«Непобедимые»: $2 + 1 + 1 + 3 = 7$ (I место) «Прорыв»: $3 + 4 + 2 + 4 = 13$ (IV место) «Чемпионы»: $1 + 2 + 4 + 1 = 8$ (II место) «Тайфун»: $4 + 3 + 3 + 2 = 12$ (III место) <i>Ответ: 2.</i></p>	Команда	I эстафета, мин.	II эстафета, мин.	III эстафета, мин.	IV эстафета, мин.	«Непобедимые»	4,1 II	4,2 I	2,4 I	6,2 III	«Прорыв»	4,2 III	5,9 IV	2,5 II	6,7 IV	«Чемпионы»	3,6 I	5,0 II	3,7 IV	5,4 I	«Тайфун»	5,0 IV	5,7 III	3,5 III	6,0 II
Команда	I эстафета, мин.	II эстафета, мин.	III эстафета, мин.	IV эстафета, мин.																																																
«Непобедимые»	4,1	4,2	2,4	6,2																																																
«Прорыв»	4,2	5,9	2,5	6,7																																																
«Чемпионы»	3,6	5,0	3,7	5,4																																																
«Тайфун»	5,0	5,7	3,5	6,0																																																
Команда	I эстафета, мин.	II эстафета, мин.	III эстафета, мин.	IV эстафета, мин.																																																
«Непобедимые»	4,1 II	4,2 I	2,4 I	6,2 III																																																
«Прорыв»	4,2 III	5,9 IV	2,5 II	6,7 IV																																																
«Чемпионы»	3,6 I	5,0 II	3,7 IV	5,4 I																																																
«Тайфун»	5,0 IV	5,7 III	3,5 III	6,0 II																																																
<p>2. В таблице представлены налоговые ставки на автомобили в Москве с 1 января 2013 года.</p> <table border="1" data-bbox="129 887 488 1272"> <thead> <tr> <th>Мощность автомобиля (в л. с.)</th> <th>Налоговая ставка (в руб. за л. с. в год)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>не более 70</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>71–100</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>101–125</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>126–150</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>151–175</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>176–200</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>201–225</td> <td>65</td> </tr> <tr> <td>226–250</td> <td>75</td> </tr> <tr> <td>свыше 250</td> <td>150</td> </tr> </tbody> </table> <p>Сколько рублей должен заплатить владелец автомобиля мощностью 219 л. с. в качестве налога за один год? 1) 1432 2) 75 3) 65 4) 16425</p>	Мощность автомобиля (в л. с.)	Налоговая ставка (в руб. за л. с. в год)	не более 70	0	71–100	12	101–125	25	126–150	35	151–175	45	176–200	50	201–225	65	226–250	75	свыше 250	150	<p>1. Найди в первом столбце, какому промежутку принадлежит число 219. 2. Посчитай сумму налога.</p>	<p>$201 \leq 219 \leq 225$, что соответствует налоговой ставке 65 руб. за л.с. в год.</p> <p>$65 \cdot 219 = 14235$</p> <p><i>Ответ: 1.</i></p>																														
Мощность автомобиля (в л. с.)	Налоговая ставка (в руб. за л. с. в год)																																																			
не более 70	0																																																			
71–100	12																																																			
101–125	25																																																			
126–150	35																																																			
151–175	45																																																			
176–200	50																																																			
201–225	65																																																			
226–250	75																																																			
свыше 250	150																																																			
<p>3. В таблице представлены цены (в рублях) на некоторые товары в трёх магазинах.</p> <table border="1" data-bbox="129 1496 600 1720"> <thead> <tr> <th>Магазин</th> <th>Орехи (за кг)</th> <th>Шоколад (за плитку)</th> <th>Зефир (за кг)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>«Машенька»</td> <td>600</td> <td>45</td> <td>144</td> </tr> <tr> <td>«Лидия»</td> <td>585</td> <td>65</td> <td>116</td> </tr> <tr> <td>«Камея»</td> <td>660</td> <td>53</td> <td>225</td> </tr> </tbody> </table> <p>Лариса Кузьминична хочет купить 0,4 кг орехов, 5 плиток шоколада и 1,5 кг зефира. В каком магазине стоимость такой покупки будет наименьшей, если в «Камее» проходит акция — скидка 20% на развесные продукты, а в «Машеньке» скидка 10% на весь ассортимент?</p>	Магазин	Орехи (за кг)	Шоколад (за плитку)	Зефир (за кг)	«Машенька»	600	45	144	«Лидия»	585	65	116	«Камея»	660	53	225	<p>1. Сосчитай стоимость покупки в каждом магазине. 2. Выбери наименьшую.</p>	<p>При скидке 20% товар будет стоить $80\% = 0,8$, а при скидке 10% — $90\% = 0,9$</p> <p>Тогда стоимость покупки в «Машеньке»: $(600 \cdot 0,4 + 45 \cdot 5 + 144 \cdot 1,5) \cdot 0,9 = 612,9$</p> <p>В «Лидии»: $585 \cdot 0,4 + 65 \cdot 5 + 116 \cdot 1,5 = 733$</p> <p>В «Камее»: $(660 \cdot 0,4 + 225 \cdot 1,5) \cdot 0,8 + 53 \cdot 5 = 746,2$</p> <p>Стоимость покупки будет наименьшей в магазине «Машенька». <i>Ответ: 1.</i></p>																																		
Магазин	Орехи (за кг)	Шоколад (за плитку)	Зефир (за кг)																																																	
«Машенька»	600	45	144																																																	
«Лидия»	585	65	116																																																	
«Камея»	660	53	225																																																	

<p>1) в «Машеньке» 2) в «Лидии» 3) в «Камее» 4) во всех магазинах стоимость покупки будет одинаковой</p>																																																																				
<p>4. В таблице даны результаты олимпиад по географии и биологии в 8 «А» классе.</p> <table border="1" data-bbox="129 887 641 1447"> <thead> <tr> <th>Номер ученика</th> <th>Балл по географии</th> <th>Балл по биологии</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5005</td><td>69</td><td>36</td></tr> <tr><td>5006</td><td>88</td><td>48</td></tr> <tr><td>5011</td><td>53</td><td>34</td></tr> <tr><td>5015</td><td>98</td><td>55</td></tr> <tr><td>5018</td><td>44</td><td>98</td></tr> <tr><td>5020</td><td>74</td><td>37</td></tr> <tr><td>5025</td><td>66</td><td>83</td></tr> <tr><td>5027</td><td>76</td><td>82</td></tr> <tr><td>5029</td><td>79</td><td>98</td></tr> <tr><td>5032</td><td>76</td><td>39</td></tr> <tr><td>5041</td><td>69</td><td>72</td></tr> <tr><td>5042</td><td>45</td><td>54</td></tr> <tr><td>5043</td><td>45</td><td>72</td></tr> <tr><td>5048</td><td>55</td><td>48</td></tr> <tr><td>5054</td><td>84</td><td>68</td></tr> </tbody> </table> <p>Похвальные грамоты дают тем школьникам, у кого суммарный балл по двум олимпиадам больше 120 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 65 баллов. Сколько человек из 8 «А», набравших меньше 65 баллов по географии, получат похвальные грамоты? 1) 1 2) 3 3) 4 4) 2</p>	Номер ученика	Балл по географии	Балл по биологии	5005	69	36	5006	88	48	5011	53	34	5015	98	55	5018	44	98	5020	74	37	5025	66	83	5027	76	82	5029	79	98	5032	76	39	5041	69	72	5042	45	54	5043	45	72	5048	55	48	5054	84	68		<p>Сначала выберем учащихся, набравших меньше 65 баллов по географии:</p> <table border="1" data-bbox="1054 864 1517 1088"> <thead> <tr> <th>Номер ученика</th> <th>Балл по географии</th> <th>Балл по биологии</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5011</td><td>53</td><td>34</td></tr> <tr><td>5018</td><td>44</td><td>98</td></tr> <tr><td>5042</td><td>45</td><td>54</td></tr> <tr><td>5043</td><td>45</td><td>72</td></tr> <tr><td>5048</td><td>55</td><td>48</td></tr> </tbody> </table> <p>Среди них условию «суммарный балл больше 120» удовлетворяют баллы ученика 5018 ($44 + 98 = 142$), а условию «хотя бы по одному предмету набрано не менее 65 баллов» удовлетворяют баллы ученика 5043 (по биологии 72 балла). Итого, получают грамоты 2 ученика.</p> <p><i>Ответ:</i> 4.</p>	Номер ученика	Балл по географии	Балл по биологии	5011	53	34	5018	44	98	5042	45	54	5043	45	72	5048	55	48
Номер ученика	Балл по географии	Балл по биологии																																																																		
5005	69	36																																																																		
5006	88	48																																																																		
5011	53	34																																																																		
5015	98	55																																																																		
5018	44	98																																																																		
5020	74	37																																																																		
5025	66	83																																																																		
5027	76	82																																																																		
5029	79	98																																																																		
5032	76	39																																																																		
5041	69	72																																																																		
5042	45	54																																																																		
5043	45	72																																																																		
5048	55	48																																																																		
5054	84	68																																																																		
Номер ученика	Балл по географии	Балл по биологии																																																																		
5011	53	34																																																																		
5018	44	98																																																																		
5042	45	54																																																																		
5043	45	72																																																																		
5048	55	48																																																																		
<p>5. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?</p> <table border="1" data-bbox="129 1850 641 2007"> <thead> <tr> <th>Планета</th> <th>Марс</th> <th>Меркурий</th> <th>Нептун</th> <th>Сатурн</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Расстояние (в км)</td> <td>$2,28 \cdot 10^8$</td> <td>$5,79 \cdot 10^7$</td> <td>$4,497 \cdot 10^9$</td> <td>$1,427 \cdot 10^9$</td> </tr> </tbody> </table> <p>1) Марс 2) Меркурий 3) Нептун 4) Сатурн</p>	Планета	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн	Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	$4,497 \cdot 10^9$	$1,427 \cdot 10^9$		<p>Заменяем стандартный вид числа самим положительным числом: $2,28 \cdot 10^8 = 228000000$ $5,79 \cdot 10^7 = 57900000$ $4,497 \cdot 10^9 = 4497000000$ $1,427 \cdot 10^9 = 1427000000$ Выбери наибольшее. Это расстояние до планеты Нептун. <i>Ответ:</i> 3.</p>																																																								
Планета	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн																																																																
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	$4,497 \cdot 10^9$	$1,427 \cdot 10^9$																																																																

<p>6. В таблице приведены размеры штрафов, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года, за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации.</p> <table border="1" data-bbox="129 327 612 488"> <tr> <td>Превышение скорости (в км/ч)</td> <td>21–40</td> <td>41–60</td> <td>61–80</td> <td>81 и более</td> </tr> <tr> <td>Размер штрафа (в руб.)</td> <td>500</td> <td>1000</td> <td>2000</td> <td>5000</td> </tr> </table> <p>Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 90 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч? 1) 500 руб; 2) 1000 руб; 3) 2000 руб; 4) 5000 руб.</p>	Превышение скорости (в км/ч)	21–40	41–60	61–80	81 и более	Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000	<p>1. На сколько превышена скорость? 2. Выбери в таблице соответствующую колонку</p>	<p>Скорость превышена на $90 - 40 = 50$ (км/ч), что соответствует штрафу 1000 рублей.</p> <p><i>Ответ: 2.</i></p>																				
Превышение скорости (в км/ч)	21–40	41–60	61–80	81 и более																												
Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000																												
<p>7. Для квартиры площадью 75 кв. м заказан натяжной потолок белого цвета. Цена материалов с учётом работ по установке натяжных потолков приведена в таблице.</p> <table border="1" data-bbox="129 837 641 1153"> <tr> <td rowspan="2">Цвет потолка</td> <td colspan="4">Цена (в руб. за 1 кв. м, в зависимости от площади помещения)</td> </tr> <tr> <td>до 10 кв. м</td> <td>от 11 до 30 кв. м</td> <td>от 31 до 60 кв. м</td> <td>свыше 60 кв. м</td> </tr> <tr> <td>Белый</td> <td>1200</td> <td>1000</td> <td>800</td> <td>600</td> </tr> <tr> <td>Цветной</td> <td>1350</td> <td>1150</td> <td>950</td> <td>750</td> </tr> </table> <p>Какова стоимость заказа, если действует сезонная скидка в 5%? 1) 4275 рублей 3) 45000 рублей 2) 42750 рублей 4) 44995 рублей</p>	Цвет потолка	Цена (в руб. за 1 кв. м, в зависимости от площади помещения)				до 10 кв. м	от 11 до 30 кв. м	от 31 до 60 кв. м	свыше 60 кв. м	Белый	1200	1000	800	600	Цветной	1350	1150	950	750		<p>Стоимость 1 кв.м белого потолка площадью 75 кв.м, что свыше 60 кв.м, равна 600 рублей. С учетом скидки: $600 \cdot 75 \cdot 0,95 = 42750$ (руб)</p> <p><i>Ответ: 2.</i></p>											
Цвет потолка		Цена (в руб. за 1 кв. м, в зависимости от площади помещения)																														
	до 10 кв. м	от 11 до 30 кв. м	от 31 до 60 кв. м	свыше 60 кв. м																												
Белый	1200	1000	800	600																												
Цветной	1350	1150	950	750																												
<p>8. На соревнованиях по прыжкам в воду судьи выставили оценки от 0 до 10 четырём спортсменам. Результаты приведены в таблице.</p> <table border="1" data-bbox="129 1408 647 1606"> <tr> <td>Спортсмен</td> <td>I судья</td> <td>II судья</td> <td>III судья</td> <td>IV судья</td> <td>c</td> </tr> <tr> <td>Белов</td> <td>8,0</td> <td>7,3</td> <td>5,0</td> <td>7,6</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Митрохин</td> <td>8,5</td> <td>6,7</td> <td>6,6</td> <td>5,9</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Ивлев</td> <td>5,6</td> <td>5,0</td> <td>7,1</td> <td>8,1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Антонов</td> <td>5,0</td> <td>7,3</td> <td>6,6</td> <td>7,8</td> <td></td> </tr> </table> <p>При подведении итогов две наибольшие и две наименьшие оценки отбрасываются, а три оставшиеся складываются и умножаются на коэффициент сложности. Спортсмен, набравший наибольшее количество баллов, побеждает. Какой из спортсменов выиграл соревнование, если сложность прыжков была следующей: Белов — 9,8; Митрохин — 9,6; Ивлев — 6,3; Антонов — 8,4? 1) Белов 3) Митрохин 2) Ивлев 4) Антонов</p>	Спортсмен	I судья	II судья	III судья	IV судья	c	Белов	8,0	7,3	5,0	7,6		Митрохин	8,5	6,7	6,6	5,9		Ивлев	5,6	5,0	7,1	8,1		Антонов	5,0	7,3	6,6	7,8			<p>Посчитай баллы, набранные каждым спортсменом: Белов: $(7,3 + 7,6 + 7,6) \cdot 9,8 = 220,5$ Митрохин: $(6,7 + 6,6 + 5,9) \cdot 9,6 = 184,32$ Ивлев: $(7,1 + 5,8 + 5,9) \cdot 6,3 = 118,44$ Антонов: $(6,6 + 7,3 + 7,8) \cdot 8,4 = 182,28$</p> <p><i>Ответ: 1.</i></p>
Спортсмен	I судья	II судья	III судья	IV судья	c																											
Белов	8,0	7,3	5,0	7,6																												
Митрохин	8,5	6,7	6,6	5,9																												
Ивлев	5,6	5,0	7,1	8,1																												
Антонов	5,0	7,3	6,6	7,8																												
<p>9. В таблице приведена стоимость работ по покраске потолков.</p>		<p>Решение: $40 \cdot 90 \cdot 0,9 = 3240$ (руб).</p>																														

Цвет потолка	Цена в рублях за 1 м ² (в зависимости от площади помещения)				Ответ: 3240 руб.
	до 10 м ²	от 11 до 30 м ²	от 31 до 60 м ²	свыше 60 м ²	
белый	105	85	70	60	
цветной	120	100	90	85	

Пользуясь данными, представленными в таблице, определи, какова будет стоимость работ, если площадь потолка 40 м², потолок цветной и действует сезонная скидка в 10%. Ответ укажите в рублях.

Задачи из открытого банка заданий ОГЭ

В таблице даны результаты забега мальчиков 5-го класса на дистанцию 30 м.

Номер дорожки	1	2	3	4
Время (с)	6,3	5,7	6,9	6,0

Зачёт выставляется, если показано время не хуже 5,9 с. Выпиши номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

Бизнесмен Петров выезжает из Москвы в Санкт-Петербург на деловую встречу, которая назначена на 9:30. В таблице дано расписание ночных поездов Москва–Санкт-Петербург.

Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург
038А	22:42	06:40
020У	00:56	08:53
016А	00:43	09:12
116С	00:35	09:01

Путь от вокзала до места встречи занимает полчаса. Укажи номер самого позднего (по времени отправления) поезда, который подходит бизнесмену Петрову.

- 1) 038А 2) 020У 3) 016А 4) 116С

Студент Петров выезжает из Наро-Фоминска в Москву на занятия в университет. Занятия начинаются в 9:00. В таблице дано расписание утренних электропоездов от станции Нара до Киевского вокзала в Москве.

Отправление от ст. Нара	Прибытие на Киевский вокзал
06:37	07:59
07:02	08:06
07:16	08:30
07:31	08:52

Путь от вокзала до университета занимает 40 минут. Укажи время отправления от станции Нара самого позднего (по времени отправления) электропоезда, который подходит студенту.

- 1) 06:37 2) 07:02 3) 07:16 4) 07:31

Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшую, отборную, первую, вторую, третью. Используя данные, представленные в таблице, определи, к какой категории относится яйцо массой 35,9 г.

Категория	Масса одного яйца (в г)
Высшая	75,0 и более
Отборная	65,0–74,9
Первая	55,0–64,9
Вторая	45,0–54,9
Третья	менее 45,0

- 1) отборная 2) первая 3) вторая 4) третья

1. В таблице даны результаты забега мальчиков 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,5 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	9,8	10,6	12,1	10,4

Укажи номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

- 1) только I 2) только III 3) II, III 4) I, IV

В таблице даны результаты забега девочек 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,8 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,7	10,9	9,8	11,4

Укажи номера дорожек, по которым бежали девочки, **не получившие** зачёт.

1) только II 2) только III 3) II, IV 4) I, III

2. В таблице приведены нормативы по прыжкам через скакалку за 30 секунд для учащихся 9 класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Количество раз	58	56	54	66	64	62

Какую отметку получит мальчик, прыгнувший 57 раз за 30 секунд?

1) отметка «5» 2) отметка «4»
3) отметка «3» 4) норматив не выполнен

В нескольких эстафетах, которые проводились в школе, команды показали следующие результаты:

Команда	I эстафета, мин.	II эстафета, мин.	III эстафета, мин.	IV эстафета, мин.
«Непобедимые»	4,4	4,1	2,5	5,2
«Прорыв»	3,8	6,0	4,0	5,9
«Чемпионы»	3,2	4,4	2,0	5,4
«Тайфун»	4,2	5,5	2,9	5,3

За каждую эстафету команда получает количество баллов, равное занятому в этой эстафете месту, затем баллы по всем эстафетам суммируются. Какое итоговое место заняла команда «Непобедимые», если победителем считается команда, набравшая наименьшее количество очков?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

В таблице представлены налоговые ставки на автомобили в Москве с 1 января 2013 года.

Мощность автомобиля (в л. с.)	Налоговая ставка (в руб. за л. с. в год)
не более 70	0
71–100	12
101–125	25
126–150	35
151–175	45
176–200	50
201–225	65
226–250	75
свыше 250	150

Сколько рублей должен заплатить владелец автомобиля мощностью 286 л. с. в качестве налога за один год?

1) 21450 2) 42900 3) 75 4) 150

В таблице представлены цены (в рублях) на некоторые товары в трёх магазинах.

Магазин	Хлеб (за батон)	Колбаса (за кг)	Ветчина (за кг)
«Покупай-ка»	26	370	400
«Свой»	24	360	390
«Мясной ряд»	25	385	410

Марья Ивановна хочет купить 2 батона хлеба, 1 кг колбасы и 0,5 кг ветчины. В каком магазине стоимость такой покупки будет наименьшей, если в «Мясном ряду» у Марьи Ивановны скидка 10% на любые мясные изделия, а в «Покупай-ке» скидка 3% на весь ассортимент?

1) в «Покупай-ке»
2) в «Своём»
3) в «Мясном ряду»
4) во всех магазинах стоимость покупки будет одинаковой

В таблице даны результаты олимпиад по физике и химии в 10 «А» классе.

Номер ученика	Балл по физике	Балл по химии
5005	75	51
5006	84	91
5011	50	77
5015	56	36
5018	72	82
5020	73	33
5025	43	68
5027	73	58
5029	43	79

5032	92	65
5041	76	75
5042	32	48
5043	53	41
5048	75	54
5054	76	99

Похвальные грамоты дают тем школьникам, у кого суммарный балл по двум олимпиадам больше 130 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 70 баллов.

Сколько человек из 10 «А», набравших меньше 70 баллов по физике, получают похвальные грамоты?

- 1) 5 2) 2 3) 4 4) 3

В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет ближе всех к Солнцу?

Планета	Венера	Марс	Сатурн	Юпитер
Расстояние (в км)	$1,082 \cdot 10^8$	$2,28 \cdot 10^8$	$1,427 \cdot 10^9$	$7,781 \cdot 10^8$

- 1) Венера 2) Марс 3) Сатурн 4) Юпитер

В таблице приведены размеры штрафов, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года, за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации.

Превышение скорости (в км/ч)	21–40	41–60	61–80	81 и более
Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 122 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 100 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей

Для квартиры площадью 130 кв. м заказан натяжной потолок белого цвета. Цена материалов с учётом работ по установке натяжных потолков приведена в таблице.

Цвет потолка	Цена (в руб. за 1 кв. м, в зависимости от площади помещения)			
	до 10 кв. м	от 11 до 30 кв. м	от 31 до 60 кв. м	свыше 60 кв. м
Белый	1400	1150	900	600
Цветной	1550	1300	1050	750

Какова стоимость заказа, если действует сезонная скидка в 10%?

- 1) 77990 рублей 2) 78000 рублей 3) 70200 рублей 4) 7020 рублей

На соревнованиях по прыжкам в воду судьи выставили оценки от 0 до 10 четырём спортсменам. Результаты приведены в таблице.

Спортсмен	I судья	II судья	III судья	IV судья	V судья	VI судья	VII судья
Белов	5,4	6,5	7,3	8,4	6,5	8,1	6,4
Митрохин	7,6	6,6	8,2	8,1	7,1	5,5	7,9
Ивлев	6,9	6,7	5,5	7,2	6,0	5,6	7,2
Антонов	7,7	6,7	7,9	7,1	6,5	6,0	8,3

При подведении итогов две наибольшие и две наименьшие оценки отбрасываются, а три оставшиеся складываются и умножаются на коэффициент сложности. Спортсмен, набравший наибольшее количество баллов, побеждает. Какой из спортсменов выиграл соревнование, если сложность прыжков была следующей: Белов — 9,3; Митрохин — 6,2; Ивлев — 8,3; Антонов — 6,2?

- 1) Белов 2) Митрохин 3) Ивлев 4) Антонов

В таблице приведена стоимость работ по покраске потолков.

Цвет потолка	Цена в рублях за 1 м ² (в зависимости от площади помещения)			
	до 10 м ²	от 11 до 30 м ²	от 31 до 60 м ²	свыше 60 м ²
белый	110	80	70	60
цветной	120	110	90	80

Пользуясь данными, представленными в таблице, определите, какова будет стоимость работ, если площадь потолка 25 м², потолок белый и действует сезонная скидка в 10%. Ответ укажи в рублях.

Тема 2. Анализ диаграмм, таблиц, графиков

Задание № 15

Основные проверяемые требования к математической подготовке: описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей

Проверяемые элементы содержания: исследование графических зависимостей, отражающих реальные процессы;

поиск данных из представленных графиков.

Задание № 15 из демоверсии ОГЭ -2017

На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в километрах) давление составит 540 миллиметров ртутного столба?

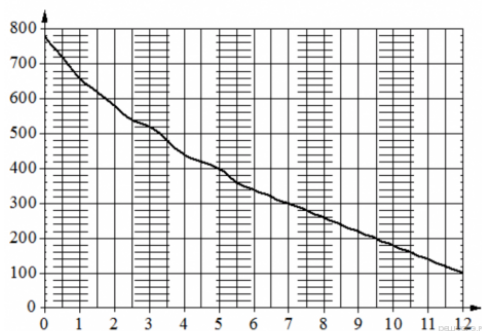


Рис. 1

Для решения данного задания и его прототипов используется следующий теоретический материал:

Графики	
Формулировка	Геометрическая интерпретация
<p>График – прямая или кривая, наглядно отображающая зависимость между двумя величинами. Каждая точка графика соответствует числовым значениям заданных величин. По данным графикам можно находить значение одной величины по значению другой. Например, график может отображать суточные изменения температуры, давления и др.</p> <p>Две взаимно перпендикулярные прямые, с нанесёнными на них шкалами и указанными направлениями, называют осями координат. Оу- ось ординат, Ох- ось абсцисс.</p>	<p style="text-align: center;">График изменения температуры в течение трёх суток Рис.2</p>
<p>Для выполнения задания необходимо определить цену деления на каждой из осей, для этого найти два соседних значения на оси, и подсчитать, сколько мелких делений между ними, например, (см. рис. 3) по оси оу – одно деление -10 единиц, по оси ох- 1 единица. Для значения $x=3$, находим значение y, поднимаясь по оси оу вверх до пересечения с графиком – это 40.</p>	<p style="text-align: center;">Рис.3</p>
<p>На рисунке 4 изображён график зависимости падения напряжения батарейки от времени. Цена деления по оси оу (напряжение) 0,1, по оси времени ох- 1 час.</p> <p>Чтобы найти, на сколько вольт упало напряжение за 9 часов работы батарейки, необходимо найти по оси ох девятое деление и подняться вертикально из этой точки до пересечения с графиком, это значение равно 1,2 В. Значит, если напряжение было 1,6 В, упало до 1,2 В, оно изменилось на 0,4В.</p>	<p style="text-align: center;">Рис.4</p>

На следующем графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной - давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 140 миллиметрам ртутного столба. Ответ дай в километрах. (Рис.5)

Чтобы решить данную задачу, определи цену деления на каждой из осей. По оси ox - уровень моря - цена деления 0,5 км, по оси ординат - атмосферное давление - 20 мм.рт.ст. Найди давление 140 это 100 и два мелких деления, из этой точки оси oy движемся параллельно оси ox до пересечения с графиком. Это значение 11 км. Ответ: 11

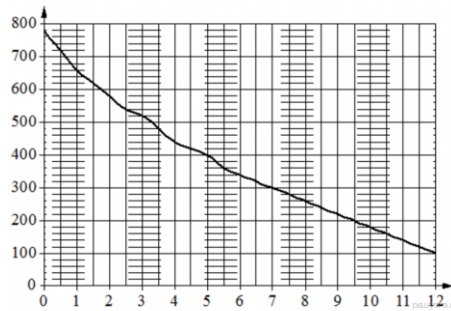


Рис.5

На рисунке 6 изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали - значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажи наименьшее значение атмосферного давления во вторник.

По оси ординат цена деления 1 мм рт. ст, по оси абсцисс 12 клеток - трое суток, значит, на сутки приходится 4 клетки. Через четыре клетки вторник закончится, найди самую низкую точку графика в этот день - это 751 мм рт. ст.

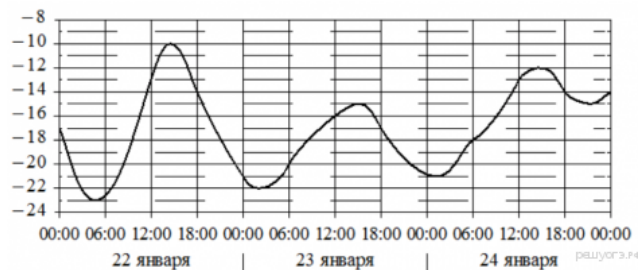
Ответ: 751



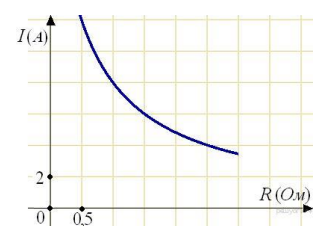
Рис.6

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

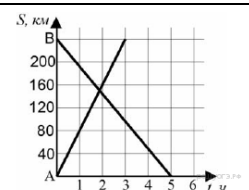
1. На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали - значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха 24 января. Ответ дай в градусах Цельсия.



2. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя - чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Ом), на оси ординат - сила тока в Амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 Ампер. На сколько Ом при этом увеличилось сопротивление цепи?



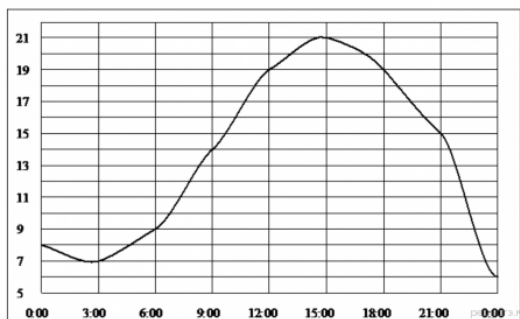
3. На рисунке изображен график движения автомобиля из пункта А в пункт В и автобуса из пункта В в пункт А. На сколько километров в час скорость автомобиля больше скорости автобуса?



4. В таблице даны рекомендуемые суточные нормы потребления (в г/сутки) жиров, белков и углеводов детьми от 1 года до 14 лет и взрослыми. Какой вывод о суточном потреблении жиров, белков и углеводов 13-летним мальчиком можно сделать, если по подсчётам диетолога в среднем за сутки он потребляет 90 г жиров, 90 г белков и 359 г углеводов? В ответе укажи номера верных утверждений: 1) Потребление жиров в норме. 2) Потребление белков в норме. 3) Потребление углеводов в норме.

Вещество	Дети от 1 года до 14 лет	Мужчины	Женщины
Жиры	40—97	70—154	60—102
Белки	36—87	65—117	58—87
Углеводы	170—420	257—586	

5. На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали - значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов температура превышала 19°C?



6. В таблице даны результаты забега мальчиков 8-го класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется, если показано время не хуже 10,5 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (с)	9,8	10,6	12,1	10,4

Укажи номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

- 1) только I
- 2) только III
- 3) II, III
- 4) I, IV

Тема 3. Анализ диаграмм, таблиц, графиков

Задание № 16

Основные проверяемые требования к математической подготовке: решать несложные практические расчетные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; интерпретировать результаты решения задач с учетом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов.

Проверяемые элементы содержания: проценты; нахождение процента от величины и величины по ее проценту; отношение, выражение отношения в процентах; пропорция; пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости.

Задание № 15 из демоверсии ОГЭ -2017

Стоимость проезда в электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 4 взрослых и 12 школьников?

Для решения данного задания и его прототипов используется следующий **теоретический материал:**

Формулировка	Примеры
Процент – это сотая часть числа (величины)	$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$
Чтобы выразить процент числом, нужно число, стоящее перед знаком %, разделить на 100	$34\% = \frac{34}{100} = 0,34$
Чтобы выразить число в процентах, надо это число умножить на 100	$0,87 = 0,87 \cdot 100 = 87\%$
Нахождение процента от числа: 1) выразить проценты обыкновенной или десятичной дробью; 2) умножить данное число на эту дробь.	Найти 15% от числа 60 I способ. $15\% = 15:100 = 0,15$ $0,15 \cdot 60 = 9$ II способ. $60 - 100\%$ $x - 15\%$ $x = \frac{15 \cdot 60}{100} = 9$
Нахождение числа по его проценту:	Найти число, 12% которого равно 30 I способ. $12\% = 12:100 = 0,12$

1) выразить проценты обыкновенной или десятичной дробью; 2) разделить данное число на полученную дробь.	$30:0,12 = 250$ II способ. $30 - 12\%$ $x - 100\%$ $x = \frac{30 \cdot 100}{12} = 250$
Нахождение процентного отношения чисел: 1) одно число разделить на другое; 2) результат умножить на 100.	Сколько процентов составляет 120 от 600? I способ. $120:600 = 0,2$ $0,2 \cdot 100 = 20\%$ II способ. $600 - 100\%$ $120 - x \%$ $x = \frac{120 \cdot 100}{600} = 20\%$

Задания для учащихся

Закончи предложение	Реши микрозадачи
1. Процент – это ... 2. Чтобы найти процент от числа, нужно ... 3. Чтобы найти число по его проценту, нужно ... 4. Чтобы выразить ..., надо это число умножить на 100 5. Чтобы выразить процент числом, нужно ... 6. 1 % метра называется ... 7. 1% от рубля называется ... 8. Одно число разделить на другое, а результат умножить на 100 – это нахождение ...	1. Вырази проценты десятичной дробью: 7%; 1,7 %; 123%. 2. Вырази десятичную дробь в процентах: 0,02; 0,021; 0,7. 3. Найди 18% от 300. 4. Найди число, 24% которого равны 96 5. Сколько процентов составляет число 7 от числа 40?

Прототипы задания № 16

Прототипы задания	Вспомогательные вопросы к задачам	Шаблон решения
I. Расходы на одну из статей городского бюджета составляют 12,5%. Вырази эту часть бюджета десятичной дробью.	Как представить проценты в виде десятичной дроби?	Решение: $12,5\% = 12,5:100 = 0,125$ Ответ: 0,125
II. После уценки телевизора его новая цена составила 0,63 старой. На сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки?	Как перевести десятичную дробь в проценты? Сколько процентов составляла цена телевизора до уценки? Как найти, на сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки?	Решение: $0,63 = 0,63 \cdot 100 = 63\%$ $100\% - 63\% = 37\%$ Ответ: 37
III. Для приготовления фарша взяли говядину и свинину в отношении 7:33. Какой процент в фарше составляет свинина?	Сколько всего частей составляет фарш? Что взято за 100%? Как составить пропорцию?	Решение: $7+33 = 40$ частей – всего $40 \text{ ч} - 100\%$ $33 \text{ ч} - x\%$ $x = \frac{33 \cdot 100}{40} = 82,5\%$ Ответ: 82,5
IV. Средний вес мальчиков того же возраста, что и Яша, равен 74 кг. Вес Яши составляет 125% среднего веса. Сколько килограммов весит Яша?	Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Как найти процент от числа?	Решение: I способ. $125\% = 125:100 = 1,25$ $74 \cdot 1,25 = 92,5 \text{ кг}$ II способ. $74 \text{ кг} - 100\%$ $x \text{ кг} - 125\%$ $x = \frac{74 \cdot 125}{100} = 92,5 \text{ кг}$ Ответ: 92,5
V. В городе 240000 жителей, причём 37% — это пенсионеры. Сколько примерно человек составляет эта категория жителей? Ответ округлите до тысяч.	Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Как найти процент от числа? Как округлить число до тысяч?	Решение: I способ. $37\% = 37:100 = 0,37$ $240000 \cdot 0,37 = 88800 \text{ чел.}$ $88800 \approx 89$ II способ. $240000 \text{ чел} - 100\%$ $x \text{ чел} - 37\%$ $x = \frac{240000 \cdot 125}{100} = 88800 \text{ чел}$ $88800 \approx 89$ Ответ: 89

<p>VI. Городской бюджет составляет 14 млн. рублей, а расходы на одну из его статей составили 45%. Сколько рублей потрачено на эту статью бюджета?</p>	<p>Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Как найти процент от числа? Как выразить млн. рублей в рубли?</p>	<p>Решение: I способ. $45\% = 45:100 = 0,45$ $14 \cdot 0,45 = 6,3$ млн.руб. $6,3 \cdot 1000000 = 6300000$ руб. II способ. 14 млн.руб. – 100% x млн.руб. – 45% $x = \frac{14 \cdot 45}{100} = 6,3$ млн. р. $6,3 \cdot 1000000 = 6300000$ руб. Ответ: 6300000</p>
<p>VII. Плата за телефон составляет 230 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 12%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?</p>	<p>Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Что необходимо найти? Зная на сколько увеличится ежемесячная плата за телефон, как узнать полную стоимость?</p>	<p>Решение: I способ. $12\% = 12:100 = 0,12$ $230 \cdot 0,12 = 27,6$ руб. $230 + 27,6 = 257,6$ руб. II способ. 230 руб. – 100% x руб. – 12% $x = \frac{230 \cdot 12}{100} = 27,6$ руб. $230 + 27,6 = 257,6$ руб. Ответ: 257,6</p>
<p>VIII. Спортивный магазин проводит акцию. Любой свитер стоит 600 рублей. При покупке двух свитеров — скидка на второй свитер 70%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух свитеров в период действия акции?</p>	<p>Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Что необходимо найти? Как найти процент от числа? Как узнать стоимость свитера со скидкой? Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух свитеров?</p>	<p>Решение: I способ. $70\% = 70:100 = 0,7$ $600 \cdot 0,7 = 420$ руб. $600 - 420 = 180$ руб. $600 + 180 = 780$ руб. II способ. 600 руб. – 100% x руб. – 70% $x = \frac{600 \cdot 70}{100} = 420$ руб. $600 - 420 = 180$ руб. $600 + 180 = 780$ руб. Ответ: 780</p>
<p>IX. Набор фломастеров, который стоил 160 рублей, продаётся с 25-процентной скидкой. При покупке трёх таких наборов покупатель отдал кассиру 500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?</p>	<p>Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Как найти процент от числа? Как найти стоимость набора с учетом скидки? Как узнать стоимость трех наборов? Сколько рублей сдачи он должен получить?</p>	<p>Решение: I способ. $25\% = 25:100 = 0,25$ $160 \cdot 0,25 = 40$ руб. $160 - 40 = 120$ руб. $120 \cdot 3 = 360$ руб. $500 - 360 = 140$ руб. II способ. 160 руб. – 100% x руб. – 25% $x = \frac{160 \cdot 25}{100} = 40$ руб. $160 - 40 = 120$ руб. $120 \cdot 3 = 360$ руб. $500 - 360 = 140$ руб. Ответ: 140</p>
<p>X. Стоимость проезда в электричке составляет 218 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 5 взрослых и 6 школьников?</p>	<p>Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Сколько составляет 50% от всей стоимости? Зная кол-во взрослых и стоимость билета, как найти общую стоимость? Зная кол-во школьников и стоимость билета, как найти общую стоимость? Как найти общую стоимость?</p>	<p>Решение: $218 : 2 = 109$ руб. $218 \cdot 5 = 1090$ руб. $109 \cdot 6 = 654$ руб. $654 + 1090 = 1744$ руб. Ответ: 1744</p>
<p>XI. Туристическая фирма организует трёхдневные</p>	<p>Какая скидка предоставляется группе из 14 человек? Как найти стоимость</p>	<p>Решение: I способ.</p>

<p>автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 3500 рублей. Группам предоставляются скидки: группе от 3 до 10 человек — 5%, группе более 10 человек — 10%. Сколько рублей заплатит за экскурсию группа из 14 человек?</p>	<p>экскурсии с учетом скидки для одного человека? Сколько рублей заплатит группа из 14 человек?</p>	<p>$10\% = 10:100 = 0,1$ $3500 \cdot 0,1 = 350$ руб. $3500 - 350 = 3150$ руб. $3150 \cdot 14 = 44100$ руб. II способ. 3500 руб. – 100% x руб. – 10% $x = \frac{3500 \cdot 10}{100} = 350$ руб. $3500 - 350 = 3150$ руб. $3150 \cdot 14 = 44100$ руб. Ответ: 44100</p>
<p>XII. В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 30%, во второй — на 45%. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 1400 рублей?</p>	<p>Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Как найти процент от числа? Сколько стал стоить чайник после первого снижения цен? Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Как найти процент от числа? Сколько стал стоить чайник после второго снижения цен?</p>	<p>Решение: I способ. $30\% = 30:100 = 0,3$ $1400 \cdot 0,3 = 420$ руб. $1400 - 420 = 980$ руб. $45\% = 45:100 = 0,45$ $980 \cdot 0,45 = 441$ руб. $980 - 441 = 539$ руб. II способ. 1400 руб. – 100% x руб. – 30% $x = \frac{1400 \cdot 30}{100} = 420$ руб. $1400 - 420 = 980$ руб. 980 руб. – 100% x руб. – 45% $x = \frac{980 \cdot 45}{100} = 441$ руб. $980 - 441 = 539$ руб. Ответ: 539</p>
<p>XIII. Товар на распродаже уценили на 40%, при этом он стал стоить 990 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?</p>	<p>Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Сколько процентов стал стоить товар после распродажи? Как найти число по его процентам?</p>	<p>Решение: I способ. $100\% - 40\% = 60\%$ $60\% = 60:100 = 0,6$ $990 \cdot 0,6 = 1650$ руб. II способ. $100\% - 40\% = 60\%$ 990 руб. – 60% x руб. – 100% $x = \frac{990 \cdot 100}{60} = 1650$ руб. Ответ: 1650</p>
<p>XIV. Государству принадлежит 60% акций предприятия, остальные акции принадлежат частным лицам. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 30 млн. руб. Какая сумма (в рублях) из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?</p>	<p>Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Сколько процентов приходится на выплату частным акционерам? Как найти процент от числа? Как перевести миллионы рублей в рубль?</p>	<p>Решение: I способ. $100\% - 60\% = 40\%$ $40\% = 40:100 = 0,4$ 30 млн.руб. $\cdot 0,4 = 12$ млн.руб. $12 \cdot 100000 = 12000000$ руб. II способ. $100\% - 60\% = 40\%$ 30 млн.руб. – 100% x млн.руб. – 40% $x = \frac{30 \cdot 40}{100} = 12$ млн. руб. $12 \cdot 100000 = 12000000$ руб. Ответ: 12000000</p>
<p>XV. Магазин детских товаров закупает погремушки по оптовой цене 190 рублей за одну штуку, и продаёт с 20-процентной наценкой. Сколько рублей будут стоить 3 такие погремушки, купленные в этом магазине?</p>	<p>Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Как найти процент от числа? Сколько стоит одна игрушка после наценки? Сколько рублей будут стоить 3 погремушки?</p>	<p>Решение: I способ. $20\% = 20:100 = 0,2$ $190 \cdot 0,2 = 38$ руб. $190 + 38 = 228$ руб. $228 \cdot 3 = 684$ руб. II способ.</p>

		$190 \text{ руб.} - 100\%$ $x \text{ руб.} - 20\%$ $x = \frac{190 \cdot 20}{100} = 38 \text{ руб.}$ $190 \cdot 0,2 = 38 \text{ руб.}$ $190 + 38 = 228 \text{ руб.}$ $228 \cdot 3 = 684 \text{ руб.}$ Ответ: 684
XVI. На счёт в банке, доход по которому составляет 20% годовых, внесли 16 тыс. руб. Сколько тысяч рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?	Что взято за 100%? Известна ли эта величина? Как найти процент от числа? Как перевести тысячи рублей в рубли?	Решение: I способ. $20\% = 20:100 = 0,2$ $16 \cdot 1000 = 16000 \text{ руб.}$ $16000 \cdot 0,2 = 3200 \text{ руб.}$ $16000 + 3200 = 19200 \text{ руб.}$ II способ. $16 \cdot 1000 = 16000 \text{ руб.}$ $16000 \text{ руб.} - 100\%$ $x \text{ руб.} - 20\%$ $x = \frac{16000 \cdot 20}{100} = 3200 \text{ руб.}$ $16000 + 3200 = 19200 \text{ руб.}$ Ответ: 19200
XVII. В начале учебного года в школе было 1350 учащихся, а к концу года их стало 1215. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?	Как найти процентное отношение чисел? На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?	Решение: I способ. $1215:1350 = 0,9$ $0,9 \cdot 100 = 90\%$ $100\% - 90\% = 10\%$ II способ. $1350 \text{ чел.} - 100\%$ $1215 \text{ чел.} - x\%$ $x = \frac{1215 \cdot 100}{1350} = 90\%$ $100\% - 90\% = 10\%$ Ответ: 10

Задания из открытого банка заданий ОГЭ

- I. Расходы на одну из статей городского бюджета составляют 22,5%. Выразите эту часть бюджета десятичной дробью.
- II. После уценки телевизора его новая цена составила 0,54 старой. На сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки?
- III. Для приготовления фарша взяли говядину и свинину в отношении 19:1. Какой процент в фарше составляет говядина?
- IV. Средний вес мальчиков того же возраста, что и Яша, равен 63 кг. Вес Яши составляет 70% среднего веса. Сколько килограммов весит Яша?
- V. В городе 210000 жителей, причём 16% — это дети до 14 лет. Сколько примерно человек составляет эта категория жителей? Ответ округлите до тысяч.
- VI. Городской бюджет составляет 76 млн рублей, а расходы на одну из его статей составили 20%. Сколько рублей потрачено на эту статью бюджета?
- VII. Плата за телефон составляет 280 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 4%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?
- VIII. Спортивный магазин проводит акцию. Любой джемпер стоит 300 рублей. При покупке двух джемперов — скидка на второй джемпер 80%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух джемперов в период действия акции?
- IX. Кофейник, который стоил 900 рублей, продаётся с 10-процентной скидкой. При покупке этого кофейника покупатель отдал кассиру 1000 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?
- X. Стоимость проезда в электричке составляет 86 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 3 взрослых и 12 школьников?
- XI. Туристическая фирма организует трёхдневные автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 3500 рублей. Группам предоставляются скидки: группе от 3 до 10 человек — 5%, группе более 10 человек — 10%. Сколько рублей заплатит за экскурсию группа из 12 человек?
- XII. В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 40%, во второй — на 25%. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 700 рублей?

- XIII.** Товар на распродаже уценили на 40%, при этом он стал стоить 690 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?
- XIV.** Государству принадлежит 80% акций предприятия, остальные акции принадлежат частным лицам. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 20 млн руб. Какая сумма (в рублях) из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?
- XV.** Магазин детских товаров закупает погремушки по оптовой цене 100 рублей за одну штуку и продаёт с 35-процентной наценкой. Сколько рублей будут стоить 2 такие погремушки, купленные в этом магазине?
- XVI.** На счёт в банке, доход по которому составляет 18% годовых, внесли 15 тыс. руб.. Сколько тысяч рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?
- XVII.** В начале учебного года в школе было 1400 учащихся, а к концу года их стало 994. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

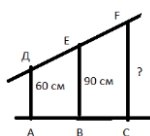
Тема 4. Практические задачи по геометрии

Задание № 17

Основные проверяемые требования к математической подготовке: умение описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Проверяемые элементы содержания: геометрические понятия и теоремы; геометрические величины.

Задание № 17 из демоверсии ОГЭ -2017



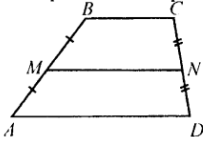
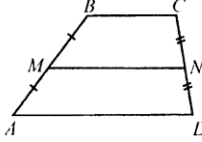
Наклонная балка поддерживается тремя столбами, стоящими вертикально на равном расстоянии друг от друга. Длины двух меньших столбов — 60 см и 90 см. Найди длину большего столба. Ответ дай в см.

Для решения данного задания и его прототипов используется следующий теоретический материал:

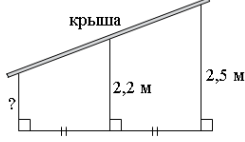
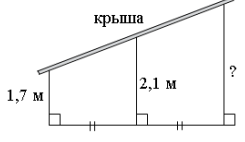
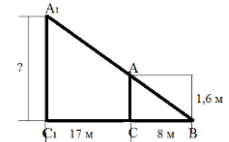
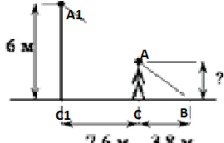
Формулировка	Геометрическая интерпретация
ABCD-трапеция, если $BC \parallel AD$, AB и CD –боковые стороны, BC и AD- основания.	
N- середина стороны AB, M - середина стороны CD, MN- средняя линия трапеции $MN \parallel AD$; $MN = \frac{AD + BC}{2}$; $AD = 2MN - BC$; $BC = 2MN - AD$	
Равнобедренная ($AB=CD$) Углы при основании равны: $\angle A = \angle D$ и $\angle B = \angle C$. Диагонали равны: $AC=BD$	
Прямоугольная $\angle A = \angle B = 90^\circ$	
Применение подобия треугольников к решению практических задач. $\left. \begin{matrix} \angle C = \angle C_1 = 90^\circ \\ \angle B - \text{общий} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1BC_1$, значит $\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{BC_1}{BC}$; откуда: $AC = \frac{A_1C_1 \cdot BC}{BC_1}$; $BC = \frac{AC \cdot BC_1}{A_1C_1}$; $BC_1 = \frac{A_1C_1 \cdot BC}{AC}$; $BC_1 = BC + CC_1$; $CC_1 = BC_1 - BC$; $BC = BC_1 - CC_1$.	

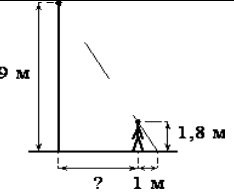
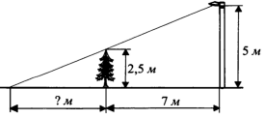
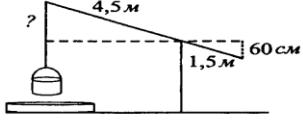
Задания для учащихся

Ответ на вопросы	Закончи предложение
1. Какой четырехугольник называется трапецией?	1. Четырехугольник, у которого две стороны _____, а две другие _____
2. Назовите элементы трапеции и её виды.	_____ называется трапецией.

<p>3. Перечислите свойства равнобедренной трапеции.</p> <p>4. Чем является отрезок MN в трапеции ABCD? Как найти MN?</p> 	<p>2. Отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции, называется _____</p> <p>3. Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна _____.</p> <p>4. В трапеции ABCD</p> $MN = \frac{+}{2}.$ 
--	--

Прототипы задания № 17

Прототипы задания	Вспомогательные вопросы к задачам	Решение
<p>1. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота средней опоры 2,2 м, высота большей опоры 2,5 м. Найдите высоту меньшей опоры. Ответ дайте в метрах</p>	<p>1. Какая фигура получится, если изобразить условия задачи на рисунке, заменив наклонную крышу и вертикальные опоры отрезками?</p> <p>2. Чем является средняя опора? Как выразить её через другие опоры?</p> <p>3. Как найти меньшую опору?</p>	 <p>Рассмотри трапецию; средняя опора-средняя линия трапеции;</p> $\text{ср. оп.} = \frac{\text{м.оп.} + \text{б.оп.}}{2}$ $\text{м. оп.} = 2\text{ср. оп.} - \text{б. оп.}$ $\text{м. оп.} = 2 \cdot 2,2 - 2,5 = 1,9.$ <p>Ответ: 1,9 м.</p>
<p>2. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 1,7 м, высота средней опоры 2,1 м. Найдите высоту большей опоры. Ответ дайте в метрах.</p>	<p>1. Какая фигура получится, если изобразить условия задачи на рисунке, заменив наклонную крышу и вертикальные опоры отрезками?</p> <p>2. Чем является средняя опора? Как выразить её через другие опоры?</p> <p>3. Как найти большую опору?</p>	 <p>Рассмотри трапецию; средняя опора-средняя линия трапеции;</p> $\text{ср. оп.} = \frac{\text{м.оп.} + \text{б.оп.}}{2}$ $\text{б. оп.} = 2\text{ср. оп.} - \text{м. оп.};$ $\text{б. оп.} = 2 \cdot 2,1 - 1,7 = 2,5.$ <p>Ответ: 2,5 м</p>
<p>3. Человек, рост которого равен 1,6 м, стоит на расстоянии 17 м от уличного фонаря. При этом длина тени человека равна 8 м. Определите высоту фонаря (в метрах).</p>	<p>1. Какие фигуры можно рассмотреть, если изобразить условия задачи на рисунке, заменив столб, человека и их тени отрезками?</p> <p>2. Что можно отметить у этих фигур?</p> <p>3. Какое отношение можно составить?</p> <p>4. Как выразить искомую величину?</p>	 <p>$\triangle ABC \sim \triangle A_1BC_1$, значит $\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{BC_1}{BC}$</p> $BC_1 = BC + CC_1; BC_1 = 8 + 17 = 25 \text{ м}$ $A_1C_1 = \frac{AC \cdot BC_1}{BC} = \frac{1,6 \cdot 25}{8} = 5 \text{ м.}$ <p>Ответ: 5 м.</p>
<p>4. Человек стоит на расстоянии 7,6 м от столба, на котором висит фонарь, расположенный на высоте 6 м. Тень человека равна 3,8 м. Какого роста человек (в метрах)?</p>	<p>1. Какие фигуры можно рассмотреть, если изобразить условия задачи на рисунке, заменив столб, человека и их тени отрезками?</p> <p>2. Что можно отметить у этих фигур?</p> <p>3. Какое отношение можно составить?</p> <p>4. Как выразить искомую величину?</p>	<p>Рассмотри подобные треугольники, стороны которых пропорциональны; по свойству пропорции получим:</p> $AC = \frac{A_1C_1 \cdot BC}{BC_1}; BC_1 = BC + CC_1$ $BC_1 = 3,8 + 7,6 = 11,4 \text{ м}; AC = \frac{6 \cdot 3,8}{11,4} = 2 \text{ м.}$ <p>Ответ: 2 м.</p> 

<p>5. На каком расстоянии (в метрах) от фонаря стоит человек ростом 1,8 м, если длина его тени равна 1 м, высота фонаря 9 м?</p>	<p>1. Какие фигуры можно рассмотреть, если изобразить условия задачи на рисунке, заменив столб, человека и их тени отрезками? 2. Что можно отметить у этих фигур? 3. Какое отношение можно составить? 4. Как выразить искомую величину?</p>	 $CC_1 = BC_1 - BC; \quad CC_1 = x;$ $BC_1 = BC + CC_1;$ $BC_1 = 1 + x; \quad BC_1 = \frac{A_1C_1 \cdot BC}{AC};$ $1 + x = \frac{9 \cdot 1}{1,8}; \quad 1 + x = 5; \quad x = 5 - 1 = 4 \text{ м.}$ <p>Ответ: 4 м.</p>
<p>6. Дерево высотой 2,5 м стоит на расстоянии 7 м от фонарного столба высотой 5 м. Найти длину тени дерева (в метрах).</p>		 <p>Решение: $\frac{5}{2,5} = \frac{x+7}{x}; \quad 5x = 2,5 \cdot (x+7); \quad 2x = x+7; \quad x = 7; \quad 7+7 = 14$</p> <p>Ответ: 14 м.</p>
<p>7. На сколько метров поднимется прикрепленный к колодезному журавлю конец веревки, если человек опустил конец журавля на 60 см?</p>		 <p>Решение: $60 \text{ см} = 0,6 \text{ м}; \quad \frac{x}{0,6} = \frac{4,5}{1,5};$ $x = \frac{45 \cdot 0,6}{15} = 3 \cdot 0,6 = 1,8.$</p> <p>Ответ: 1,8 м.</p>

Задачи из открытого банка заданий ОГЭ

1. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами. Высота средней опоры 3,1 м, высота большой опоры 3,3 м. Найдите высоту малой опоры. Ответ дайте в метрах.
2. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами. Высота малой опоры 2,2 м, высота большой опоры 2,7 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.
3. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами. Высота малой опоры 2,5 м, высота средней опоры 2,65 м. Найдите высоту большой опоры. Ответ дайте в метрах.
4. На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 6 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 0,5 м?

Тема 5. Анализ диаграмм

Задание № 18

Основные проверяемые требования к математической подготовке: умение описывать реальные ситуации на языке геометрии, умение исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем; умение решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Проверяемые элементы содержания: поиск данных из представленных диаграмм.

Задание № 18 из демоверсии ОГЭ -2017

Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.

Результаты контрольной работы по математике.




Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы **верны**, если всего в школе 120 девятиклассников? В ответе укажи номера верных утверждений.

- 1) Более половины учащихся получили отметку «3».
- 2) Около половины учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
- 3) Отметку «4» или «5» получила примерно шестая часть учащихся.
- 4) Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

Ответ: _____.

Для решения данного задания и его прототипов используется следующий теоретический материал:

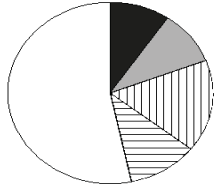





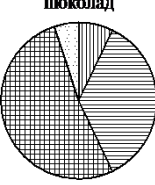




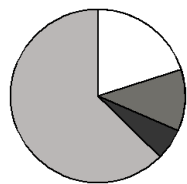




Формулировка	Геометрическая интерпретация
<p>Диаграмма – изображение, наглядно показывающее соотношения между различными количествами или между значениями одной и той же величины в разные моменты времени. Диаграмма, показывающая, как целое делится на части в виде секторов круга, углы которых пропорциональны долям единого целого, называется круговой диаграммой (процентная, где за 100% принята площадь круга).</p> <p>По данным диаграммы можно анализировать, сравнивать данные и решать задачи. На такой диаграмме особенно ясно видны количественные соотношения величин друг с другом.</p> <p>Для лучшей наглядности каждый элемент диаграммы раскрашивают отдельным ярким цветом. Справа от диаграммы указывают обозначения – цвет и данные, которые представляет сегмент данного цвета на диаграмме (рис.1). Кроме того, можно отобразить процентное соотношение данных как на самой диаграмме, так и в списке обозначений (рис.2).</p> <p>Круговая диаграмма имеет свои особенности:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) может быть показан только один ряд данных, каждому элементу которого соответствует определенный сектор круга. 2) значения не имеют отрицательного знака. 3) значения должны быть больше нуля. 4) количество сегментов – не более 7. 5) чем больше частей, тем доля меньше. 	<p>Рис.1</p> <p>целое; $\frac{1}{1}$; 100%</p> <p>половина; $\frac{1}{2}$; 50%</p> <p>треть; $\frac{1}{3}$; более 33%</p> <p>четверть; $\frac{1}{4}$; 25%</p> <p>20%; $\frac{1}{5}$</p> <p>$\frac{1}{6}$; 16% - 17%</p> <p>$\frac{1}{8}$; 12% - 13%</p> <p>$\frac{1}{10}$; 10%</p> <p>Рис.2</p>
<p>Чтение диаграмм.</p> <p>1. Определи, что каждый сектор диаграммы обозначает. Сегменты круговой диаграммы могут быть определены одним из способов:</p> <ul style="list-style-type: none"> - сегменты могут быть раскрашены в разные цвета, а рядом указана расшифровка каждого цвета; - сегменты могут быть отмечены текстом; - могут иметь процентное указание внутри или рядом с каждым сектором, указывая значение каждого сектора в общей массе. <p>2. Соотнеси данные с соответствующим сегментом, который вас интересует.</p>	<p>На диаграмме показано содержание питательных веществ в сливочном мороженом. Определи по диаграмме, в каких пределах находится содержание белков.</p> <p>*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества</p> <p>мороженое</p> <p>1) 0–10% 3) 20–30%</p> <p>2) 10–20% 4) 30–40%</p> <p>В ответе запиши номер выбранного варианта ответа.</p>

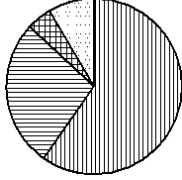
<p>3.Сортируй доли круговой диаграммы от большей к меньшей – тогда понять и сравнить данные будет намного проще.</p>	<p>Решение: определи какой сектор диаграммы обозначают белки, найди приблизительное процентное соотношение и выбери ответ:</p> <p style="text-align: center;">- менее 10%; т.к. четверть круга-25%, а она состоит из трех почти равных частей: белки, жиры и углеводы. Ответ: 1.</p> <p> белки</p>
--	--

Задания для учащихся

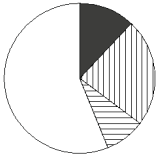
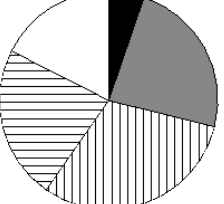
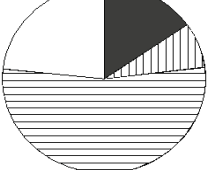
Ответ на вопросы	Закончи предложение
<ol style="list-style-type: none"> 1. Какую часть круга занимает определяемая доля? 2. Какую часть круга составляет 10%, 20%, 25%, 50%, 100%? 3. Какая из закрашенных долей больше? 4. Какая закрашенная доля самая маленькая? 5. Что определяет весь круг? 6. Сколько процентов составляет весь круг? 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Изображение, показывающее соотношения между различными количествами или между значениями одной и той же величины в разные моменты времени, называется _____. 2. Диаграмма, показывающая, как целое делится на части в виде секторов круга, углы которых пропорциональны долям единого целого, называется _____.

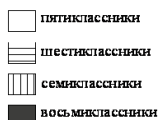
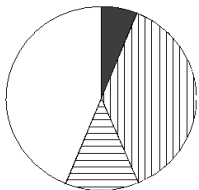
Прототипы задания № 18

Задача	Вспомогательные вопросы	Решение
<p>I.Завуч подвёл итоги контрольной работы по математике в девярых классах. Результаты представлены на диаграмме. Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы верны, если всего в школе 120 девятиклассников?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Более половины девятиклассников получили отметку «3». 2) Около половины девятиклассников отсутствовали на контрольной работе. 3) Отметку «4» или «5» получила примерно треть девятиклассников. 4) Отметку «3», «4» или «5» получили менее 100 учащихся. 	<ol style="list-style-type: none"> 1.Какую часть круга занимает отметка «3»? 2.Какую часть круга составляют отсутствующие? 3.Какую часть круга занимают отметки «4» и «5» вместе? 4. Что больше треть круга или четверть круга? 5.Какую часть круга занимают вместе отметки «3», «4», «5»? 	<div style="text-align: right;">  <ul style="list-style-type: none">  отсутствовали  отметка «2»  отметка «3»  отметка «4»  отметка «5» </div> <p>Решение: 1.отметка «3» занимает больше половины круга, более 60 учащихся; утверждение 1-верно; 2.отсутствовало - приблизительно половина четверти, $120:4:2= 15$ уч.; утверждение 2- неверно; 3.отметки «4» и «5» занимают меньше четверти круга, которая меньше трети круга, значит утверждение 3-неверно; 4. отметки «3», «4» или «5» занимают три четверти круга, т.е. $120:4 \cdot 3= 90$ уч. - это меньше 100; утверждение 4-верно. Ответ: 14.</p>
<p>II. На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. *К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества. Сколько примерно углеводов содержится в 300 граммах молочного шоколада?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) около 50 г; 3) около 30 г 2) около 120 г 4) около 150 г 	<ol style="list-style-type: none"> 1)Какой сектор занимают углеводы? 2)Какую часть круга он составляет? 3)Сколько граммов содержит весь круг? 4)Сколько граммов будет содержать искомая часть круга? 	<div style="text-align: right;"> <p>шоколад</p>  <ul style="list-style-type: none">  белки  жиры  углеводы  прочее* </div> <p>Решение: углеводы занимают самый большой сектор, который составляет около половины круга. Если весь круг содержит 300 г шоколада, то углеводы около $300:2=150$ (г). Ответ: 4</p>
<p>III. На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 миллионов пользователей.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Пользователей из Бразилии больше, чем пользователей из Аргентины. 2) Больше трети пользователей сети — из Аргентины. 	<ol style="list-style-type: none"> 1) Какую часть круга занимает каждый сектор диаграммы? 2) Как распределятся данные диаграммы, если сектора круга расположить в порядке убывания? 	<div style="text-align: right;">  <ul style="list-style-type: none">  Бразилия  Аргентина  Парагвай  Другие страны </div> <p>Решение: больше половины круга занимает Бразилия, значит утверждение 1 и 4-верны;</p>

<p>3) Пользователей из Парагвая больше, чем пользователей из Аргентины. 4) Пользователей из Бразилии больше 4 миллионов. Какие из следующих утверждений неверны?</p>		<p>Аргентина занимает приблизительно пятую часть круга, которая меньше третьей части, значит, утверждение 2 – неверно; Парагвай меньше, чем Аргентина, утверждение 3 – неверно. Ответ: 2,3.</p>
<p>IV. На диаграмме показано распределение земель Уральского федерального округа по категориям. Определите по диаграмме, земли какой категории преобладают. *Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов. 1) Земли лесного фонда 2) Земли сельскохозяйственного назначения 3) Земли запаса 4) Прочие земли В ответе запиши номер выбранного варианта ответа.</p>	<p>Какой сектор самый большой?</p>	<p>Уральский ФО</p>  <p> ■ Земли лесного фонда ▨ Земли сельскохозяйственного назначения ▩ Земли запаса □ Прочие земли* </p> <p>Решение: на диаграмме самый большой сектор занимают земли лесного фонда. Ответ: 1.</p>

Задачи из открытого банка заданий ОГЭ

<p>1. В городе из учебных заведений имеются школы, колледжи, училища и институты. Данные представлены на круговой диаграмме. Какие из утверждений относительно количества учебных заведений разных видов верны, если в городе 45 учебных заведений?</p>	
	<p>1) В городе более 30 школ. 2) В городе более трети всех учебных заведений — институты. 3) В городе школ, колледжей и училищ менее 1516 всех учебных заведений. 4) В городе примерно четверть всех учебных заведений — училища</p>
<p>В ответе запиши номера выбранных утверждений.</p>	
<p>2. В магазине продаются футболки пяти размеров: XS, S, M, L и XL. Данные по продажам в июне представлены на круговой диаграмме.</p>	
	<p>Какие из утверждений, относительно проданных в июне футболок верны, если всего в июне было продано 120 таких футболок?</p> <p>1) Больше всего было продано футболок размера S. 2) Меньше 30% проданных футболок — футболки размеров L и XL. 3) Футболок размеров S и XS вместе продано больше 30. 4) Футболок размера XL было продано меньше 30 штук.</p> <p>В ответе запиши номера выбранных утверждений.</p>
<p>3. Участников конференции разместили в гостинице в одноместных номерах, расположенных на этажах со второго по пятый. Количество номеров на этажах представлено на круговой диаграмме.</p>	
	<p>Какие из утверждений относительно расселения участников конференции верны, если в гостинице разместились 50 участников конференции?</p> <p>1) На четвёртом и пятом этажах разместилось одинаковое количество участников конференции. 2) Больше 78 всех участников разместились на этажах выше второго. 3) Меньше 10 участников разместились на 4 этаже. 4) Не более четверти участников разместились на 2 этаже.</p>
<p>В ответе запиши номера выбранных утверждений.</p>	
<p>4. В математический кружок ходят школьники 5–8 классов. Данные о количестве школьников, посещающих кружок, представлены на круговой диаграмме.</p>	

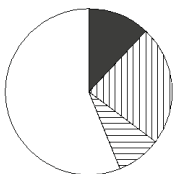


Какие из утверждений относительно участников кружка **верны**, если всего его посещают 45 школьников?

- 1) Шестиклассники составляют менее 38 всех участников кружка.
- 2) Пятиклассников меньше, чем шестиклассников.
- 3) Семиклассников и восьмиклассников вместе более 22 человек.
- 4) Семиклассников менее половины всех участников кружка.

В ответе запиши номера выбранных утверждений.

5. В городе из учебных заведений имеются школы, колледжи, училища и институты. Данные представлены на круговой диаграмме. Какие из утверждений относительно количества учебных заведений разных видов **неверны**, если всего в городе 30 учебных заведений?



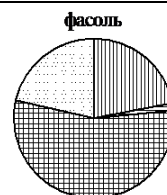
- 1) в городе из учебных заведений больше всего школ.
- 2) в городе меньше 15% всех учебных заведений — училища.
- 3) в городе примерно 18 всех учебных заведений — институты.
- 4) в городе больше 5 колледжей.

В ответе запиши номера выбранных утверждений.

6. На диаграмме показано содержание питательных веществ в фасоли. *К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества. Сколько примерно углеводов содержится в 1000 граммах фасоли?

- 1) более 500 г;
- 2) около 60 г;
- 3) около 250 г;
- 4) около 40 г.

В ответе запиши номер выбранного ответа.

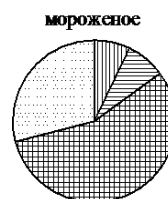


7. На диаграмме показано содержание питательных веществ в сливочном мороженом.

*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества. Сколько примерно углеводов, содержится в 400 граммах мороженого?

- 1) около 40 г;
- 2) около 250 г;
- 3) около 10 г;
- 4) около 20 г.

В ответе запиши номер выбранного ответа.



8. На диаграмме показано содержание питательных веществ в сгущённом молоке.

*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

Сколько примерно веществ, отличных от белков, жиров и углеводов, содержится в 600 граммах сгущённого молока?

- 1) около 125 г;
- 2) около 165 г;
- 3) около 195 г;
- 4) около 145 г.

В ответе запиши номер выбранного ответа.



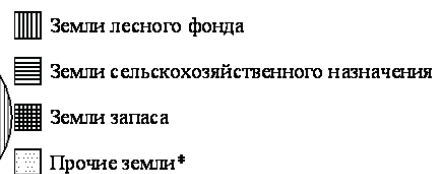
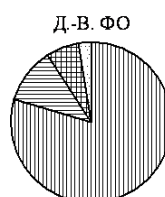
9. На диаграмме показано распределение земель Дальневосточного федерального округа

(Д.-В. ФО) по категориям. *Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов. Сколько примерно квадратных километров занимают земли лесного фонда, если площадь Дальневосточного округа составляет

6 215 900 км²?

- 1) около 5 050 тыс.;
- 2) около 4 662 тыс.;
- 3) около 5 525 тыс.;
- 4) около 4 376 тыс.

В ответе запиши номер выбранного ответа.

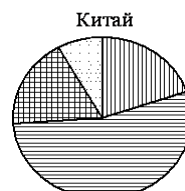


10. На диаграмме показан возрастной состав населения Китая.

Сколько примерно человек младше 15 лет проживает в Китае, если население Китая составляет 1,3 млрд. человек?

- 1) около 100 млн.;
- 2) около 260 млн.;
- 3) около 325 млн.;
- 4) около 150 млн.

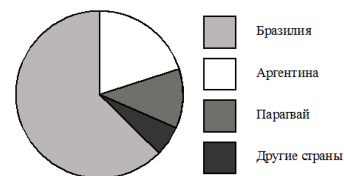
В ответе запиши номер выбранного ответа



11. На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 миллионов пользователей.

Какие из следующих утверждений **неверны**?

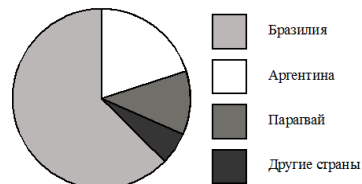
- 1) Пользователей из Парагвая меньше, чем пользователей из Аргентины.
- 2) Пользователей из Аргентины больше четверти общего числа пользователей.
- 3) Пользователей из Парагвая больше, чем пользователей из Финляндии.
- 4) Пользователей из Бразилии меньше 4 миллионов.



В ответ запиши номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

12. На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 12 миллионов пользователей. Какие из следующих утверждений **неверны**?

- 1) Пользователей из Аргентины больше, чем пользователей из Литвы.
- 2) Пользователей из Аргентины больше трети общего числа пользователей.
- 3) Пользователей из Парагвая больше 3 миллионов.
- 4) Пользователей из Бразилии больше, чем из всех остальных стран, вместе взятых.



В ответ запиши номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

13. В доме располагаются однокомнатные, двухкомнатные, трёхкомнатные и четырёхкомнатные квартиры. Данные о количестве квартир представлены на круговой диаграмме. Какие из утверждений относительно квартир в этом доме **неверны**, если всего в доме 180 квартир?

- 1) Больше половины квартир трёхкомнатные.
- 2) Однокомнатных квартир менее четверти.
- 3) Четверть всех квартир — трёхкомнатные.
- 4) Однокомнатных, двухкомнатных и трёхкомнатных квартир всего более 165.

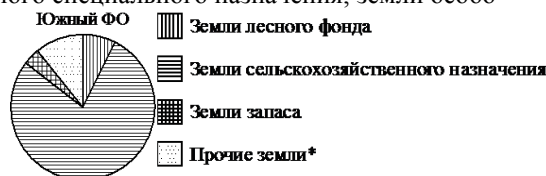


В ответ запиши номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

14. На диаграмме показано распределение земель Южного федерального округа по категориям. Определите по диаграмме, земли какой категории преобладают.

*Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов

- 1) Земли лесного фонда
- 2) Земли сельскохозяйственного назначения
- 3) Земли запаса
- 4) Прочие земли



В ответе запиши номер выбранного варианта ответа.

13. На диаграмме показано содержание питательных веществ в творожных сырах. Определите по диаграмме, содержание каких веществ превосходит 30%.

*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) белки; 2) жиры; 3) углеводы; 4) прочее.

В ответе запиши номер выбранного варианта ответа.

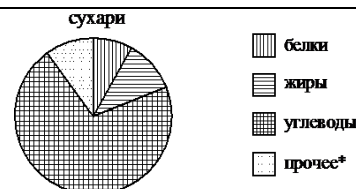


14. На диаграмме показано содержание питательных веществ в сухарях.

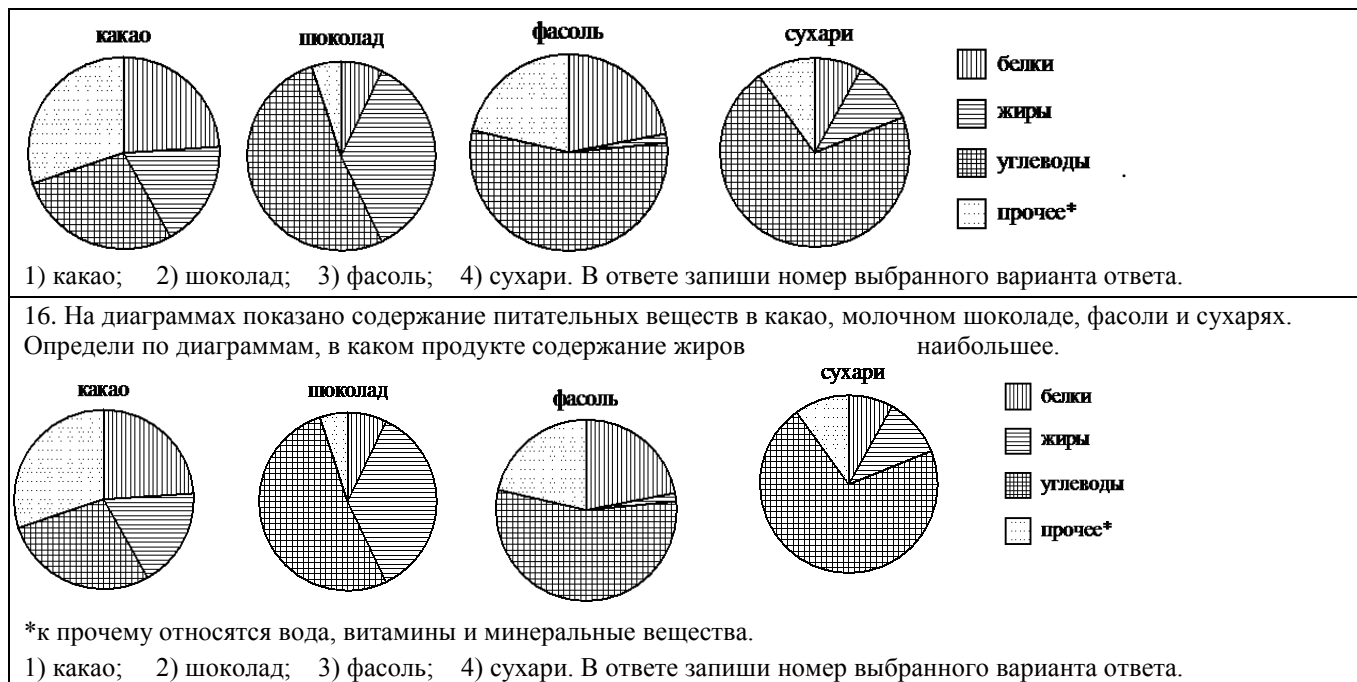
Определите по диаграмме, содержание каких веществ превосходит 50%. *к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) белки; 2) жиры; 3) углеводы; 4) прочее.

В ответе запиши номер выбранного варианта ответа.



15. На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сухарях. Определи по диаграммам, в каком продукте содержание углеводов наибольшее. *к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества



Тема 6. Статистика, вероятность

Задание № 19

Основные проверяемые требования к математической подготовке: решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуации с использованием аппарата вероятности и статистики.

Проверяемые элементы содержания: проверка знаний из разделов: алгебра, теория вероятностей и статистика.

Задание № 19 из демоверсии ОГЭ -2017

На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найди вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

При решении данного задания и его прототипов используется следующий **теоретический материал**.

Формулировка	Формулы
Вероятность события А равна отношению количества благоприятных исходов к количеству всех исходов.	$P(A) = \frac{N(A)}{N}$
Правило умножения: для того, чтобы найти число всех возможных исходов независимого произведения двух испытаний А и В, следует перемножить число всех исходов испытания А на число всех исходов испытания В.	Например: в коридоре висят три лампочки. Сколько имеется различных способов освещения коридора? Решение: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ – способов освещения коридора
События А и В называются несовместными, если они не могут происходить одновременно.	Например, выпадение орла и выпадение решки при одном бросании события несовместные
Вероятность наступления хотя бы одного из двух несовместных событий равна сумме их вероятностей.	$P(A+B) = P(A) + P(B)$
Вероятность совместного появления двух и более независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:	$P(ABC) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$
Вероятность события, противоположного событию А, равна:	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Задания для учащихся

Задачи для устного счета

1. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0,2,5?
2. Сколько вариантов выпадения двух орлов возможно при трех бросаниях игрального кубика?
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 2 раза.
4. Определи вероятность того, что при бросании игрального кубика (правильной кости) выпадет более 3 очков.
5. На экзамене 25 билетов, Сергей не выучил 3 из них. Найди вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

6. Вероятность того, что лампочка бракованная равна 0,92. Какова вероятность того, что лампочка рабочая?

Прототипы задания №19

Прототипы заданий №19	Вспомогательные вопросы к задачам	Образец решения задач
1. Из 1600 пакетов молока в среднем 80 протекают. Какова вероятность того, что случайно выбранный пакет молока не течёт?	1. Что считается в этой задаче благоприятным исходом? Эта величина известна? 2. Как найти вероятность того, что молоко не течет?	1) $1600 - 80 = 1520$ – количество благоприятных исходов 2) $1520 : 1600 = \frac{152}{160} = \frac{38}{40} = \frac{19}{20} = \frac{95}{100} = 0,95$ – вероятность искомого события
2. Во время вероятностного эксперимента монету бросили 1000 раз, 532 раза выпал орёл. Насколько частота выпадения решки в этом эксперименте отличается от вероятности этого события?	1. Сколько раз выпала решка? 2. Чему равна частота выпадения решки? 3. Чему равна вероятность выпадения решки?	1) $1000 - 532 = 468$ (раз) выпала решка 2) $468 : 1000 = 0,468$ – частота выпадения решки 3) $\frac{1}{2} = 0,5$ – вероятность выпадения решки 4) $0,5 - 0,468 = 0,032$ – разница между частотой и вероятностью
3. Стрелок 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найди вероятность того, что стрелок первый раз попал в мишени, а последние 2 раза промахнулся.	1. Чему равна вероятность промаха? 2. Как найти вероятность трех совместных независимых событий?	1) $1 - 0,6 = 0,4$ вероятность промаха 2) $0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,096$ – искомая вероятность
4. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Площадь», равна 0,4. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Треугольники», равна 0,35. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найди вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.	Событие А: Школьнику достанется задача на площадь; Событие В: Школьнику достанется задача на «Треугольник». 1. События А и В совместны? 2. Как найти вероятность двух этих событий?	1. Эти события не совместны. 2. $0,4 + 0,35 = 0,75$ – вероятность того, что школьнику достанется задача по одной из тем.

Задания из открытого банка ОГЭ

- Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,512. В 2010 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем приходилось 477 девочек. Насколько частота рождения девочки в 2010 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?
- Определи вероятность того, что при бросании игрального кубика (правильной кости) выпадет нечётное число очков.
- Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найди вероятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.
- Стрелок 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найди вероятность того, что стрелок первый раз попал в мишени, а последние 4 раза промахнулся.
- Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,26. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найди вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
- На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 1 с творогом, 12 с мясом и 3 с яблоками. Ваня наугад берёт один пирожок. Найди вероятность того, что пирожок окажется с мясом.
- На экзамене 30 билетов, Серёжа не выучил 9 из них. Найди вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- В среднем из 75 карманных фонариков, поступивших в продажу, пятнадцать неисправных. Найди вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции, есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Коля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найди вероятность того, что, Коля не найдёт приз в своей банке.

10. В магазине канцтоваров продаётся 56 ручек, из них 28 — красные, 8 — зелёные, 8 — фиолетовые, ещё есть синие и чёрные, их поровну. Найди вероятность того, что при случайном выборе одной ручки будет выбрана зелёная или чёрная ручка.
11. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Параллелограмм», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Углы», равна 0,1. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найди вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

Тема 7. Расчеты по формулам

Задание № 20

Основные проверяемые требования к математической подготовке: умение осуществлять практические расчеты по формулам, составление несложных формул, выражающих зависимости между величинами, умение пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма.

Проверяемые элементы содержания: зависимость между величинами.

Задание № 20 из демоверсии ОГЭ -2017

Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найди длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Решение: (1 способ) переписи формулу и вырази l : $T = 2\sqrt{l}$ или, если поменять местами $2\sqrt{l} = T$; разделить обе части на 2, получим $\sqrt{l} = \frac{T}{2}$; возведи левую и правую часть в квадрат: $(\sqrt{l})^2 = (\frac{T}{2})^2$; $l = (\frac{T}{2})^2$; $l = (\frac{3}{2})^2 = (1,5)^2 = 2,25$. Ответ: 2,25 м.

Решение: (2 способ) в формулу $T = 2\sqrt{l}$, подставь $T = 3$ с: $3 = 2\sqrt{l}$, раздели обе части выражения на 2, получится $\sqrt{l} = 1,5$, по свойству квадратного корня $(\sqrt{l})^2 = (1,5)^2 = 2,25$. Ответ: 2,25 м.

Прототипы заданий

<p>1. Закон Джоуля – Ленца можно записать в виде $Q = I^2 R t$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найди время t (в секундах), если $Q = 2187$ Дж, $I = 9$ А, $R = 3$ Ом.</p>	<p>Вырази из формулы $Q = I^2 R t$ переменную t. Проведи аналогию с математикой: пусть $t = x$, другие переменные замени значения, получим $2187 = 9^2 \cdot 3 \cdot x$; $2187 = 81 \cdot 3 \cdot x$; $x = \frac{2187}{81 \cdot 3} = \frac{2187}{243} = \frac{729}{81} = 9$ (с). Ответ: $t = 9$ с.</p>
<p>2. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F — сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 — величины зарядов (в кулонах), k — коэффициент пропорциональности (в $\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$), а r — расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найди величину заряда q_1 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, $q_2 = 0,004$ Кл, $r = 500$ м, а $F = 1,008$ Н.</p>	<p>Пусть $q_1 = x$, подставь известные величины в формулу $1,008 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{x \cdot 0,004}{500^2}$, поменяй местами $\frac{9 \cdot 10^9 \cdot x \cdot 0,004}{250000} = 1,008$; $\frac{9 \cdot 10^9 \cdot x \cdot 0,004}{25 \cdot 10^4} = 1,008$, по свойству степени $\frac{10^9}{10^4} = 10^5$, значит $\frac{9 \cdot 10^5 \cdot x \cdot 0,004}{25} = 1,008$; $\frac{0,036 \cdot 100\,000 \cdot x}{25} = 1,008$; $\frac{3600 \cdot x}{25} = 1,008$; $144 \cdot x = 1,008$; $x = \frac{1,008}{144} = \frac{1008}{144\,000} = \frac{7}{1000} = 0,007$. Ответ: 0,007</p>
<p>3. Закон Джоуля – Ленца можно записать в виде $Q = I^2 R t$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найди сопротивление цепи R (в омах), если $Q = 1152$ Дж, $I = 8$ А, $t = 6$ с.</p>	<p>$Q = I^2 R t$; поменяй местами множители $Q = R \cdot (I^2 t)$; $(I^2 t) \cdot R = Q$, $(I^2 t)$ — коэффициент, раздели обе части на $(I^2 t)$, получится $R = \frac{Q}{I^2 t}$. Подставь значения $R = \frac{1152}{8^2 \cdot 6} = \frac{1152}{64 \cdot 6} = \frac{192}{64} = 3$. Ответ: 3 Ом.</p>
<p>4. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F — сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 — массы тел (в килограммах), r — расстояние между центрами масс тел (в метрах), а γ — гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Пользуясь этой формулой, найди массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 4,002$ Н, $m_2 = 4 \cdot 10^9$ кг, а $r = 2$ м.</p>	<p>$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, умножь на r^2, $F \cdot r^2 = m_1 \cdot (\gamma m_2)$; $m_1 = \frac{F \cdot r^2}{\gamma m_2}$. Подставь значения и вычисли: $m_1 = \frac{4,002 \cdot 2^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^9} = \frac{4,002 \cdot 4}{6,67 \cdot 4 \cdot (10^{-11} \cdot 10^9)} = \frac{4,002 \cdot 4}{6,67 \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = \frac{4,002 \cdot 10^2}{6,67} = \frac{400,2}{6,67} = \frac{40020}{667} = 60$. Ответ: 60 кг.</p>

<p>5. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s=nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l=80$ см, $n=1600$? Ответ вырази в километрах.</p>	<p>Подставь значения $l=80$ см, $n=1600$ в формулу $s=nl$, получится: $S = 80 \cdot 1600 = 128\,000$ см, т.к. $1\text{ км} = 1000\text{ м} = 100\,000\text{ см}$, раздели полученное расстояние на $100\,000$; $S = 128\,000 : 100\,000 = 1,28$ км. Ответ: 1,28.</p>
---	---

Задачи из открытого банка заданий ОГЭ

<p>1. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q=I^2Rt$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найди время t (в секундах), если $Q=1521$ Дж, $I=6,5$ А, $R=4$ Ом.</p>
<p>2. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q=I^2Rt$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найди сопротивление цепи R (в омах), если $Q=1152$ Дж, $I=8$ А, $t=6$ с.</p>
<p>3. Закон Менделеева–Клапейрона можно записать в виде $PV=\nu RT$, где P — давление (в паскалях), V — объём (в м³), ν — количество вещества (в молях), T — температура (в градусах Кельвина), а R — универсальная газовая постоянная, равная $8,31$ Дж/(К · моль). Пользуясь этой формулой, найди температуру T (в градусах Кельвина), если $\nu=3,1$ моль, $P=6440,25$ Па, $V=1,8$ м³.</p>
<p>4. Закон Менделеева–Клапейрона можно записать в виде $PV=\nu RT$, где P — давление (в паскалях), V — объём (в м³), ν — количество вещества (в молях), T — температура (в градусах Кельвина), а R — универсальная газовая постоянная, равная $8,31$ Дж/(К · моль). Пользуясь этой формулой, найди давление P (в паскалях), если $T=600$ К, $\nu=52,4$ моль, $V=3,6$ м³.</p>
<p>5. Закон Менделеева–Клапейрона можно записать в виде $PV=\nu RT$, где P — давление (в паскалях), V — объём (в м³), ν — количество вещества (в молях), T — температура (в градусах Кельвина), а R — универсальная газовая постоянная, равная $8,31$ Дж/(К · моль). Пользуясь этой формулой, найди объём V (в м³), если $T=300$ К, $P=7479$ Па, $\nu=15,3$ моль.</p>
<p>6. Перевести температуру из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта позволяет формула $t_F=1,8t_C+32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 155° по шкале Фаренгейта? Ответ округли до десятых.</p>
<p>7. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F — сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 — массы тел (в килограммах), r — расстояние между центрами масс тел (в метрах), а γ — гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11}$ Н · м² / кг². Пользуясь этой формулой, найди массу тела m_1 (в килограммах), если $F=41,6875$ Н, $m_2=5 \cdot 10^9$ кг, а $r=4$ м.</p>
<p>8. Закон Менделеева–Клапейрона можно записать в виде $PV=\nu RT$, где P — давление (в паскалях), V — объём (в м³), ν — количество вещества (в молях), T — температура (в градусах Кельвина), а R — универсальная газовая постоянная, равная $8,31$ Дж/(К · моль). Пользуясь этой формулой, найди температуру T (в градусах Кельвина), если $\nu=87,2$ моль, $P=90\,579$ Па, $V=7,2$ м³.</p>
<p>9. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q=I^2Rt$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найди сопротивление цепи R (в омах), если $Q=81$ Дж, $I=1,5$ А, $t=9$ с.</p>
<p>10. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s=nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l=70$ см, $n=1800$? Ответ вырази в километрах.</p>
<p>11. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s=nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l=60$ см, $n=1900$? Ответ вырази в километрах.</p>